

### Πρόσθεση Φυσικών Αριθμών

Για να προσθέσω φυσικούς αριθμούς πρέπει να προσθέσω τις μονάδες των αριθμών αυτών, μετά τις δεκάδες των αριθμών, μετά τις εκατοντάδες κλπ. Η πρόσθεση φυσικών αριθμών μπορεί να γίνει οριζόντια και κάθετα.

π.χ.  $245 + 765 = 1.010$

Προσθετέοι
Άθροισμα

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 765 \\ \hline 1.010 \end{array}$$

$$1.250 + 45 = 1.295$$

$$\begin{array}{r} 1.250 \\ + 45 \\ \hline 1.295 \end{array}$$

Ιδιότητες πρόσθεσης :

- Το 0 όταν προστεθεί σε έναν φυσικό αριθμό, δεν τον μεταβάλλει.  
 $5 + 0 = 0 + 5 = 5$
- Μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος, **αντιμεταθετική ιδιότητα** .  
 $2 + 5 = 5 + 2 = 7$
- Μπορούμε να αντικαθιστούμε προσθετέους με το άθροισμά τους ή να αναλύουμε ένα προσθετέο σε άθροισμα, **προσεταιριστική ιδιότητα** .

$$5 + (3 + 2) = (5 + 2) + 3$$

Η Δοκιμή γίνεται αλλάζοντας τη σειρά των προσθετέων αριθμών .

π.χ.  $5 + 4 = 9$   
 $4 + 5 = 9$

### Αφαίρεση Φυσικών Αριθμών

Για να αφαιρέσω φυσικούς αριθμούς πρέπει ο Μειωτέος να είναι μεγαλύτερος από τον Αφαιρετέο. Το αποτέλεσμα της πράξης λέγεται Διαφορά. Αφαιρώ μονάδες από μονάδες, δεκάδες από δεκάδες κλπ. Η αφαίρεση μπορεί να γίνει οριζόντια ή κάθετα.

π.χ.  $555 - 25 = 530$

Μειωτέος
Αφαιρετέος
Διαφορά ή Υπόλοιπο

$$\begin{array}{r} 555 \\ -25 \\ \hline 530 \end{array}$$

Το 0 όταν αφαιρεθεί από έναν φυσικό αριθμό, δεν τον μεταβάλλει.

π.χ.  $5 - 0 = 5$

Η Δοκιμή της αφαίρεσης γίνεται :

Διαφορά + Αφαιρετέος = Μειωτέος

$530 + 25 = 555$

ή

Μειωτέος - Διαφορά = Αφαιρετέος

$555 - 530 = 25$

### Πολλαπλασιασμός Φυσικών Αριθμών

Πολλαπλασιασμός είναι η πράξη με την οποία από δύο παράγοντες, δύο φυσικούς αριθμούς, βρίσκουμε έναν άλλο φυσικό αριθμό, που είναι το γινόμενό τους.

π.χ.  $5 \cdot 3 = 15$

παράγοντες

γινόμενο

Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού :

- Το 1 όταν πολλαπλασιαστεί με ένα φυσικό αριθμό δεν τον μεταβάλλει.  
π.χ.  $4 \cdot 1 = 1 \cdot 4 = 4$
- Μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου, **αντιμεταθετική ιδιότητα** .  
π.χ.  $7 \cdot 5 = 5 \cdot 7 = 35$
- Μπορούμε να αντικαταστήσουμε παράγοντες με το γινόμενό τους ή να αναλύσουμε έναν παράγοντα σε γινόμενο, **προσεταιριστική ιδιότητα**.  
π.χ.  $5 \cdot (2 \cdot 3) = (5 \cdot 2) \cdot 3$
- **Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση.  
π.χ.  $5 \cdot (2 + 3) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3$
- **Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση.  
π.χ.  $5 \cdot (2 - 3) = 5 \cdot 2 - 5 \cdot 3$

### Η Δοκιμή του Πολλαπλασιασμού

Η Δοκιμή του Πολλαπλασιασμού γίνεται με τον γνωστό σταυρό, προσθέτοντας τα ψηφία των παραγόντων και γράφοντάς τα στα πάνω σημεία του σταυρού, βρίσκοντας το γινόμενό τους που το γράφω κάτω αριστερά και προσθέτοντας τα ψηφία του γινομένου κάτω δεξιά. Όταν τα δύο κάτω ψηφία είναι ίσα τότε ο πολλαπλασιασμός μου είναι σωστός.

$$45 \cdot 15 = 675$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 15 \\ \hline 225 \\ + 45 \\ \hline 675 \end{array}$$

παράγοντες :  $45 \rightarrow 4 + 5 = 9$  ( πάνω αριστερά )

$15 \rightarrow 1 + 5 = 6$  ( πάνω δεξιά )

$9 \cdot 6 = 54 \rightarrow 5 + 4 = 9$  ( κάτω αριστερά )

$6 + 7 + 5 = 18 \rightarrow 1 + 8 = 9$  ( κάτω δεξιά )

9	6
9	9

### Διαίρεση Φυσικών αριθμών

Όταν δοθούν δύο Φυσικοί Αριθμοί, ο **Διαιρετέος** και ο **Διαιρέτης** και υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί, το **Πηλίκο** και το **Υπόλοιπο** και ισχύει η ισότητα  $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ , τότε η πράξη που γίνεται λέγεται διαίρεση. Η Διαίρεση αυτή λέγεται και Ευκλείδεια Διαίρεση. Όταν το υπόλοιπο είναι μηδέν τότε έχουμε τέλεια διαίρεση.  $\Delta = \delta \cdot \pi$ . Το υπόλοιπο είναι πάντα ένας αριθμός ο οποίος είναι μικρότερος του διαιρέτη.

Διαιρετέος > Διαιρέτη  
 Υπόλοιπο < Πηλίκο

Διαιρετέος →	426	← Διαιρέτης	5
	-40		85
	026		
	-25		
	01	← Υπόλοιπο	← Πηλίκο

Η Δοκιμή της Διαίρεσης γίνεται με την εφαρμογή της ισότητας :

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

$$\begin{aligned} \text{π.χ. } 85 \cdot 5 + 1 &= \\ 425 + 1 &= 426 \end{aligned}$$

Σε μία τέλεια διαίρεση η δοκιμή μπορεί να γίνει και ως εξής :  
 $20 : 5 = 4$  ( η διαίρεσή μας )

Δοκιμή

α' τρόπος

$$5 \cdot 4 = 20$$

β' τρόπος

$$20 : 4 = 5$$

## Ιδιότητες της διαίρεσης

- Οποιοσδήποτε αριθμός διαιρεθεί με το 1, το πηλίκο είναι ο ίδιος ο αριθμός.  
π.χ.  $5 : 1 = 5$
- Οποιοσδήποτε αριθμός διαιρεθεί με τον εαυτό του, το πηλίκο είναι 1.  
π.χ.  $5 : 5 = 1$
- Το 0 αν είναι διαιρετέος, το πηλίκο είναι πάντα 0.  
π.χ.  $0 : 5 = 0$
- Το 0 όταν είναι διαιρέτης, η διαίρεση δεν μπορεί να γίνει.  
π.χ.  $5 : 0$  δε γίνεται.

## Ασκήσεις

1. Να κάνεις στο τετράδιό σου οριζόντια και κάθετα τις παρακάτω προσθέσεις και τις δοκιμές τους :

$543 + 9.876 = \dots\dots$	$666.123 + 297 = \dots\dots$	$999.000 + 999 = \dots\dots$
$856 + 5.123 = \dots\dots$	$234.567 + 990 = \dots\dots$	$543.765 + 888 = \dots\dots$
$555 + 4.444 = \dots\dots$	$777.666 + 444 = \dots\dots$	$876.543 + 222 = \dots\dots$
$777 + 3.333 = \dots\dots$	$123.456 + 888 = \dots\dots$	$987.654 + 111 = \dots\dots$
$555 + 5.555 = \dots\dots$	$456.789 + 123 = \dots\dots$	$765.432 + 444 = \dots\dots$

2. Να κάνεις στο τετράδιό σου οριζόντια και κάθετα τις παρακάτω αφαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$9.876 - 543 = \dots\dots$	$666.123 - 297 = \dots\dots$	$999.000 - 999 = \dots\dots$
$5.123 - 856 = \dots\dots$	$234.567 - 990 = \dots\dots$	$543.765 - 888 = \dots\dots$
$4.444 - 555 = \dots\dots$	$777.666 - 444 = \dots\dots$	$876.543 - 222 = \dots\dots$
$3.333 - 777 = \dots\dots$	$123.456 - 888 = \dots\dots$	$987.654 - 111 = \dots\dots$
$5.555 - 555 = \dots\dots$	$456.789 - 123 = \dots\dots$	$765.432 - 444 = \dots\dots$

3. Ο πληθυσμός της Ελλάδας ήταν το 1991 10.284.149 κάτοικοι. Κατά τη δεκαετία 1991 - 2001 ο πληθυσμός αυξήθηκε κατά 679.871 άτομα. Πόσος ήταν ο πληθυσμός της Ελλάδας σύμφωνα με την απογραφή του 2001 ;

4. Να κάνεις στο τετράδιό σου τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και τις δοκιμές τους :

$123 \cdot 5 = \dots\dots$	$150 \cdot 10 = \dots\dots$	$398 \cdot 100 = \dots\dots$
$456 \cdot 2 = \dots\dots$	$345 \cdot 20 = \dots\dots$	$798 \cdot 200 = \dots\dots$
$789 \cdot 3 = \dots\dots$	$552 \cdot 50 = \dots\dots$	$100 \cdot 100 = \dots\dots$
$987 \cdot 4 = \dots\dots$	$765 \cdot 15 = \dots\dots$	$432 \cdot 432 = \dots\dots$
$654 \cdot 7 = \dots\dots$	$876 \cdot 22 = \dots\dots$	$555 \cdot 155 = \dots\dots$

5. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω διαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$123 : 5 = \dots\dots$	$150 : 10 = \dots\dots$	$398 : 100 = \dots\dots$
$456 : 2 = \dots\dots$	$345 : 20 = \dots\dots$	$798 : 200 = \dots\dots$
$789 : 3 = \dots\dots$	$552 : 50 = \dots\dots$	$100 : 100 = \dots\dots$
$987 : 4 = \dots\dots$	$765 : 15 = \dots\dots$	$432 : 432 = \dots\dots$
$654 : 7 = \dots\dots$	$876 : 22 = \dots\dots$	$550 : 150 = \dots\dots$

6. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις :

- $725.000 + 3.500.500 + 1.234 = \dots\dots\dots$
- $1.876.400 + 44.050 + 12.345 = \dots\dots\dots$
- $2.345.678 + 1.234 + 456.789 = \dots\dots\dots$
- $8.500.000 - 234.000 - 2.400 = \dots\dots\dots$
- $45.000 - 23.500 - 1.500 - 50 = \dots\dots\dots$
- $(250 + 50) \cdot 5 = \dots\dots\dots$
- $(455 - 55) \cdot 8 = \dots\dots\dots$
- $(300 \cdot 10) : 3 = \dots\dots\dots$
- $(50 \cdot 60) : 10 = \dots\dots\dots$

7. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω προσθέσεις και τις δοκιμές τους :

$\begin{array}{r} 5.844 \\ + 826 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.298 \\ + 543 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8.765 \\ + 190 \\ \hline \end{array}$
.....	.....	.....
$\begin{array}{r} 7.654 \\ + 567 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 98.790 \\ + 5.432 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 76.543 \\ + 8.267 \\ \hline \end{array}$
.....	.....	.....
$\begin{array}{r} 34.526 \\ + 8.269 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 45.271 \\ + 1.829 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 43.627 \\ + 778 \\ \hline \end{array}$
.....	.....	.....

8. Να κάνεις στο τετράδιό σου τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και τις δοκιμές τους :

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 90 \\ \hline \end{array}$$

.....

.....

.....

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 51 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 62 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$$

.....

.....

.....

9. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω διαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$$45789 \overline{) 3}$$

$$45876 \overline{) 5}$$

$$95874 \overline{) 2}$$

$$478542 \overline{) 8}$$

$$4578 \overline{) 12}$$

$$45876 \overline{) 15}$$

$$95875 \overline{) 25}$$

$$478542 \overline{) 18}$$

$$45789 \overline{) 13}$$

$$45876 \overline{) 16}$$

$$95874 \overline{) 14}$$

$$478542 \overline{) 28}$$