

Κεφάλαιο 9ο

Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων

Μιλώ τη γλώσσα των αριθμών



Λύνω ένα πρόβλημα ακολουθώντας μια σειρά από βήματα.
Λύνω σύνθετα προβλήματα εφαρμόζοντας τις ιδιότητες και τις τεχνικές των τεσσάρων πράξεων.



Τώρα που «φρεσκάραμε» τις γνώσεις μας για τους φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς και για τις ιδιότητες των πράξεων, και αφού εξασκηθήκαμε με ασκήσεις και προβλήματα για κάθε τομέα ξεχωριστά, ας εξασκηθούμε περισσότερο εφαρμόζοντας τις γνώσεις μας σε γενικότερα προβλήματα, όπως είναι αυτά που έτσι κι αλλιώς συναντάμε κάθε μέρα.

Δραστηριότητα

Το υπερωκεάνιο “Τιτανικός” βυθίστηκε το 1912. Οι επιβάτες του ήταν 1316 άτομα και το πλήρωμά του 885. Είχε 20 σωσίβιες λέμβους, η καθεμία από τις οποίες χωρούσε 58 άτομα. Στο ναυάγιο χάθηκαν 1490 άτομα. Αν γέμιζαν όλες οι σωσίβιες λέμβοι, πόσο περισσότεροι διασωθέντες θα υπήρχαν;

Αφού διαβάσεις με προσοχή το πρόβλημα, απάντησε στις ερωτήσεις:

- Ποια είναι τα γνωστά στοιχεία που θα σε βοηθήσουν στη λύση;
(τι ξέρεις;) **αριθμό επιβατών, πλήρωμα, σωσίβιες λέμβους, πόσα άτομα χωράει κάθε λέμβο, πόσα άτομα χάθηκαν.**

- Ποια είναι τα άγνωστα στοιχεία του προβλήματος;
(τι δεν ξέρεις;) **Πόσοι περισσότεροι θα είχαν διασωθεί.**

- Πώς σχετίζονται τα γνωστά με τα άγνωστα στοιχεία;
πόσοι ήταν πάνω στο πλοίο - πόσοι χάθηκαν

- Οργάνωσε το σχέδιο λύσης και διάλεξε ποιες πράξεις θα χρησιμοποιήσεις (+) (-) (:) (·)

Αρχικά θα κάνω **πρόσθεση** ώστε να **βρω το συνολικό αριθμό των επιβατών (επιβάτες + πλήρωμα)**

Στη συνέχεια θα **πολλαπλασιασμό** για να βρω τον αριθμό των επιβατών που χωρούν στις λέμβους.

Τέλος, **θα κάνω αφαίρεση** για να βρω πόσοι περισσότεροι θα είχαν σωθεί.

- Κάνε τις πράξεις. (Μπορείς με το νου ή με χαρτί και μολύβι.)

$$1.316 + 885 = 2.201$$

$$20 \cdot 58 = 1.160$$

$$2.201 - 1.160 = 1.041 \quad , \quad 1.490 - 1.041 = 449 \text{ άτομα ακόμα θα μπορούσαν να σωθούν.}$$

- Απάντησε στο πρόβλημα.

Θα μπορούσαν να είχαν διασωθεί ακόμα 449 άτομα.

- Έλεγξε αν είναι η απάντηση λογική σύμφωνα με τα δεδομένα.

Η απάντηση είναι λογική.



Η προηγούμενη δραστηριότητα μας βοηθά να συμπεράνουμε τα εξής:

Λύνω προβλήματα

Όταν έχω να λύσω ένα πρόβλημα ακολουθώ με τη σειρά τα παρακάτω βήματα:

Αν δεν είναι γραμμένο, το γράφω γιατί έτσι θα μπορέσω να το μελετήσω καλύτερα:

- ✓ **Διαβάζω** (όσες φορές είναι απαραίτητο) μέχρι να μπορώ να πω με βεβαιότητα ότι **κατάλαβα**:
α. Ποια είναι τα γνωστά στοιχεία (δεδομένα).
β. Ποια είναι τα άγνωστα (ζητούμενα).
- ✓ **Καταστρώνω** ένα σχέδιο λύσης και αποφασίζω ποιες πράξεις θα κάνω για να λύσω το πρόβλημα.
- ✓ **Εκτελώ** τις πράξεις με προσοχή.
- ✓ **Απαντώ** στην ερώτηση του προβλήματος.

Τέλος **ελέγχω** αν το αποτέλεσμα είναι λογικό. Αν δεν είναι, αρχίζω τα βήματα από την αρχή.



Εφαρμογή

Πόσα ρέστα θα πάρω από 25 €, αν πληρώσω 3 εισιτήρια

στον κινηματογράφο, το καθένα από τα οποία κοστίζει 7,20 €;

Λύση

Βήμα 1: Αφού διαβάσω καλά το πρόβλημα, χωρίζω τα γνωστά από τα άγνωστα στοιχεία

Ξέρω (γνωστά - γ):

Πόσα εισιτήρια θα αγοράσω (γ1),
πόσο κοστίζει το ένα εισιτήριο (γ2)
και πόσα χρήματα έδωσα (γ3).

Δεν ξέρω (άγνωστα - α):

Πόσο κοστίζουν συνολικά τα
εισιτήρια (α1) και πόσα ρέστα
θα πάρω (α2).



Βήμα 2: Οργανώνω σχέδιο λύσης

Για να βρω πόσα ρέστα θα πάρω (α2) πρέπει να αφαιρέσω το συνολικό κόστος των εισιτηρίων (α1) από τα χρήματα που έδωσα (γ3). Άρα πρέπει

1. Πρώτα να βρω πόσο κάνουν τα εισιτήρια (α1) και μετά
2. Να αφαιρέσω αυτό που θα βρω (α1) από τα χρήματα που έδωσα (γ3).

Βήμα 3: Κάνω τις πράξεις

1. Για να βρω πόσο κάνουν τα εισιτήρια θα πολλαπλασιάσω το 7,20 με το 3: $7,20 \cdot 3 = 21,60$ €

2. Για να βρω πόσα ρέστα θα πάρω, θα αφαιρέσω αυτό που βρήκα από το 25: $25 - 21,6 = 3,40$ €

ή $25 - 7,20 \cdot 3 = 25 - 21,6 = \dots = \dots = \dots = 3,40$ €

Σημείωση: Μπορώ να κάνω τις πράξεις με το νου, με μολύβι και χαρτί ή με τον υπολογιστή τσέπης.

Απάντηση: Θα πάρω $3,40$ € ρέστα.

Βήμα 4: Ελέγχω την απάντηση σε σχέση με την ερώτηση.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε την **τεχνική επίλυσης προβλημάτων**. Θυμήσου και ανάφερε τα 4 βήματα της τεχνικής.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ *Αν λύσεις το πρόβλημα δεν είναι απαραίτητο και να γράψεις την απάντηση αφού θα την ανακαλύψουν ανάμεσα στις πράξεις.*

Σωστό **Λάθος**



❖ *Το αποτέλεσμα δεν φαίνεται λογικό. Δεν πειράζει, αφού σίγουρα έχω κάνει τις πράξεις σωστά.*



❖ *Η σχέση ανάμεσα στα γνωστά και στα άγνωστα στοιχεία του προβλήματος με βοηθά να αποφασίσω ποιες πράξεις θα κάνω.*



Στο επόμενο μάθημα κομπιουτεράκι !!!

Κεφάλαιο 9ο

Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων

Μιλώ τη γλώσσα των αριθμών



Πρόβλημα 1ο

Ο Παναγιώτης χρωστά σε δύο συμμαθητές του το ίδιο χρηματικό ποσό. Παρατηρεί ότι με τα χρήματα που έχει, αν εξοφλήσει τον έναν, θα του περισσέψουν 2,30 €. Όμως, για να εξοφλήσει και τον δεύτερο, του χρειάζονται ακόμη 1,70 €. Πόσα χρήματα έχει;

Λύση

το ίδιο ποσό
2,30 ευρώ του περισσεύουν
1,70 ευρώ ακόμα

$$\begin{aligned} \alpha' \quad & 2,30 + 1,70 = 4 \text{ ευρώ χρωστά} \\ & 4 + 2,30 = 6,30 \text{ ευρώ έχει.} \\ & 2,30 + 1,70 = 4 \text{ ευρώ χρωστά} \\ & 4 \cdot 2 = 8 \text{ ευρώ} \\ & 8 - 1,70 = 6,30 \text{ ευρώ έχει.} \end{aligned}$$



β'

$$\begin{aligned} & 2,30 \cdot 2 = 4,60 \text{ ευρώ} \\ & 4,60 + 1,70 = 6,30 \text{ ευρώ} \end{aligned}$$

Απάντηση: Έχει 6,30 ευρώ.

Πρόβλημα 2ο

Ο Φίλιππος θέλει να αγοράσει τρία αυτοκίνητα-μινιατούρες, το καθένα από τα οποία κοστίζει 3,6 €. Έχει ήδη συγκεντρώσει 8 €. Σε πόσες ημέρες θα συγκεντρώσει όλο το ποσό, αν μπορεί να αποταμιεύει 0,2 € την ημέρα;

Λύση

3 αυτοκίνητάκια
3,6 ευρώ το καθένα.
έχει 8 ευρώ
αποταμιεύει 0,2 ευρώ την ημέρα

$$\begin{aligned} & 3,6 \cdot 3 = 10,8 \text{ ευρώ} \\ & 10,8 - 8 = 2,8 \text{ ευρώ} \\ & 2,8 : 0,2 = 14 \text{ ημέρες ακόμα} \end{aligned}$$



Απάντηση: Θα συγκεντρώσει το ποσό σε ακόμα 14 ημέρες.

Πρόβλημα 3ο

Ο Κωνσταντίνος δίνει στον Θωμά τις μισές κάρτες της συλλογής του. Εκείνος με τη σειρά του δίνει τις μισές από αυτές που πήρε στο Δημήτρη. Ο Δημήτρης κρατάει 10 και χαρίζει τις υπόλοιπες 8. Πόσες κάρτες είχε ο Κωνσταντίνος;

Λύση

Κ - Θ τις μισές
Θ - Δ τις μισές
Δ κρατάει 10 και
χαρίζει τις υπόλοιπες 8

$$\begin{aligned} & 10 + 8 = 18 \text{ κάρτες είχε ο Δημήτρης} \\ & 18 \cdot 2 = 36 \text{ κάρτες είχε ο Θωμάς} \\ & 36 \cdot 2 = 72 \text{ κάρτες είχε ο Κωνσταντίνος} \end{aligned}$$



Χ : κάρτες είχε ο Κ :

Απάντηση: Ο Κωνσταντίνος είχε 72 κάρτες.

Πρόβλημα 4ο

Ο κύριος Κατσαρίδης πρόκειται να αγοράσει ένα αυτοκίνητο αξίας 5.800 €. Ο έμπορος του προσφέρει τις εξής επιλογές: να πληρώσει το συνολικό ποσό σε μετρητά ή να δώσει 1.000 € προκαταβολή και 24 δόσεις των 230 €. Πόσο θα πληρώσει περισσότερο αν αποφασίσει να το αγοράσει με δόσεις;

Λύση

5.800 ευρώ

1.000 ευρώ προκαταβολή

24 δόσεις των 230 ευρώ

$$230 \cdot 24 = 5.520 \text{ ευρώ οι δόσεις}$$

$$5.520 + 1.000 = 6.520 \text{ ευρώ}$$

Χ ; Θα πληρώσει περισσότερο αν το πάρει με δόσεις ;

$$6.520 - 5.800 = 720 \text{ ευρώ περισσότερα}$$



Απάντηση: Αν το πάρει με δόσεις θα πληρώσει 720 ευρώ περισσότερα.....

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Η μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα του κόσμου»

Από το τέλος του 2004 η χώρα μας έχει τη μεγαλύτερη σε μήκος κρεμαστή γέφυρα στον κόσμο. Πρόκειται για τη γέφυρα που συνδέει το Ρίο με το Αντίρριο. Πριν από την κατασκευή της γέφυρας 2 εκατομμύρια αυτοκίνητα το χρόνο που μετέφεραν 6 εκατομμύρια επιβάτες περνούσαν από την Πελοπόννησο στη Στερεά Ελλάδα με πλοία. Η διαδρομή διαρκούσε 45 λεπτά και πολλές φορές λόγω του κακού καιρού τα πλοία έμεναν δεμένα. Η γέφυρα άρχισε να κατασκευάζεται το 1998 και τελείωσε το 2004.

Η κυρίως γέφυρα είναι καλωδιωτή (κρέμεται σε συρματοσχοίνα) και στηρίζεται σε 4 πυλώνες (κολόνες), το ύψος των οποίων επάνω από τη στάθμη της θάλασσας φθάνει τα 159 μ. και το βύθισμά τους από 44 έως 62 μ. κάτω από τη στάθμη της θάλασσας. Η γέφυρα έχει τρία κεντρικά ανοίγματα των 560 μ. και δύο ακραία των 305 μ. Για να συνδεθεί με το οδικό δίκτυο κατασκευάστηκαν στα δύο άκρα της γέφυρες πρόσβασης. Οι γέφυρες πρόσβασης έχουν μήκος 378 μ. στην πλευρά του Ρίου και 252 μ. στην πλευρά του Αντιρρίου.



α) Να υπολογίσετε το συνολικό μήκος της γέφυρας (μαζί με τις γέφυρες πρόσβασης).

β) Να υπολογίσετε το χρόνο (σε δευτερόλεπτα) που θα κάνει ένα αυτοκίνητο για να διασχίσει τη γέφυρα κινούμενο με ταχύτητα 36 χιλιομέτρων την ώρα.

γ) Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να χρεώνεται για διόδια η διέλευση κάθε αυτοκινήτου από τη γέφυρα, αν ισχύουν οι ακόλουθες προϋποθέσεις:

- Η συνολική δαπάνη του έργου ανέρχεται σε 588 εκατομμύρια €.
- Ο αριθμός των αυτοκινήτων που περνούν απέναντι με τη γέφυρα έχει διπλασιαστεί σε σχέση με τον αριθμό των αυτοκινήτων που χρησιμοποιούσαν τα πλοία.
- Η απόσβεση του ποσού κατασκευής της γέφυρας έχει οριστεί να γίνει σε 20 χρόνια.



Θέμα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ωφέλησε η γέφυρα τις δύο περιοχές που συνδέει;

Αύριο κομπιουτεράκι !!!