

## Κεφάλαιο 71ο

## Όγκος κυλίνδρου

### Τύπος συντηρητικός!

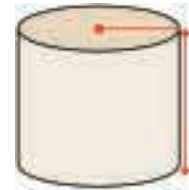


Κατανόω τη διαδικασία υπολογισμού του όγκου του κυλίνδρου.  
Υπολογίζω τον όγκο του κυλίνδρου με τύπο.  
Λύνω προβλήματα με όγκους κυλίνδρων.



### Δραστηριότητα 1η

Μία αρχαιολόγος, στην έρευνά της σε αρχαία τείχη, ανακάλυψε ένα κυλινδρικό πυργίσκο που ήταν γεμάτος χώμα. Μέρος της εργασίας των αρχαιολόγων είναι να απομακρύνουν το χώμα και τα άχρηστα υλικά που συσσωρεύονται σε στρώματα στα ερείπια.



- Πιστεύεις ότι η αρχαιολόγος μπορούσε να εκτιμήσει τον όγκο του χώματος προτού τον απομακρύνουν; ..... **εμβαδό βάσης** ..... **ύψος κυλίνδρου** .....

- Σε τι μοιάζουν ένα κυλινδρικό στερεό σώμα και ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο; .....

**3 διαστάσεις και όγκο**

- Σε τι διαφέρουν; .....  $E = \beta \cdot \upsilon$  .....

$$E = 3,14 \cdot \sigma^2$$



### Δραστηριότητα 2η

Στη διπλανή εικόνα φαίνονται τρία δοχεία. Έχουμε βάλει το ένα μέσα στο άλλο και τα κοιτάζουμε από ψηλά. Το ύψος τους είναι το ίδιο.



- Ποιο από τα δύο παραλληλεπίπεδα δοχεία πιστεύεις ότι έχει μεγαλύτερο όγκο και γιατί; .....

- Κάνε τώρα μια εκτίμηση και για τον όγκο του κυλινδρικού δοχείου σε σχέση με των δύο παραλληλεπίπεδων δοχείων (πρώτα με το μεγάλο και μετά με το μικρό) και εξήγησε τη σκέψη σου: .....

- Πώς θα υπολόγιζες τον όγκο των παραλληλεπίπεδων αυτών σωμάτων; .....

- Σκέψου πώς μπορείς να εφαρμόσεις την ίδια μέθοδο για να υπολογίσεις τον όγκο του κυλίνδρου: .....



Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι, μπορούμε να υπολογίσουμε τον όγκο ενός κυλινδρικού σώματος, όπως και των παραλληλεπίπεδων σωμάτων. Βρίσκουμε πρώτα το εμβαδό της βάσης και μετά το πολλαπλασιάζουμε επί το ύψος του.

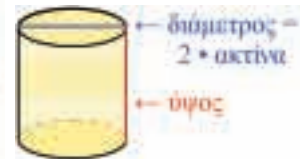
### Όγκος κυλίνδρου

Ο όγκος ενός κυλίνδρου είναι ίσος με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του (δηλαδή του αριθμού  $\pi$  επί το τετράγωνο της ακτίνας:

$E_{\text{(κυκλικού δίσκου)}} = \pi \cdot \alpha^2$ ) επί το ύψος του.

Αυτό εκφράζεται με τον τύπο  $O_{\text{(κυλίνδρου)}} = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \upsilon$ .

### Παραδείγματα



### Εφαρμογή 1η Από το παραλληλεπίπεδο στον κύλινδρο

Ο Λευτέρης βγάδει το πρωί το γάλα από το ψυγείο και το αδειάζει στο ποτήρι του, όπως φαίνεται στην εικόνα.

Καταλαβαίνει ότι το γάλα τελειώνει και το αδειάζει όλο. Διαπιστώνει με έκπληξη ότι το γάλα γεμίζει το ποτήρι ακριβώς μέχρι το χείλος. Αναρωτιέται «άραγε το κουτί με το γάλα ήταν γεμάτο;».



#### Λύση:

Για να κάνουμε τη σύγκριση πρέπει να βρούμε αν τα δύο σώματα (κουτί με γάλα και ποτήρι) έχουν την ίδια χωρητικότητα. Επειδή και τα δύο έχουν πολύ λεπτό τοίχωμα, θα θεωρήσουμε ότι η χωρητικότητά τους είναι ίση με τον όγκο τους.



Ο όγκος του κουτιού είναι:  $O_{\text{(παραλληλεπίπεδου)}} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$

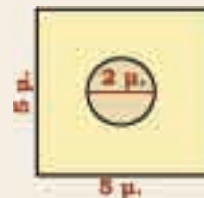
$$10 \cdot 7 \cdot 7 = 490 \text{ κ. εκατ.}$$

Ο όγκος του ποτηριού είναι:  $O_{\text{(κυλίνδρου)}} = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \upsilon$  ( $\alpha = \delta/2$ )  $3,14 \cdot 3^2 \cdot 12 = 339,12 \text{ κ. εκατ.}$

Απάντηση: .....

### Εφαρμογή 2η

Στο κλιμακοστάσιο ενός κτιρίου με 18 μέτρα ύψος, το ασανσέρ έχει κυλινδρικό σχήμα και γύρω του υπάρχουν σκάλες, όπως φαίνεται στο σχήμα. Πόσος είναι ο όγκος που καταλαμβάνει το φρεάτιο του ασανσέρ και πόσος ο υπόλοιπος όγκος του κλιμακοστασίου;



#### Λύση:

Βρίσκουμε πρώτα τον όγκο του φρεατίου.  $O_{\text{(κυλίνδρου)}} = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \upsilon$  ( $\alpha = \delta/2$ )  $56,52 \text{ κ.μ.}$

Μετά υπολογίζουμε τον όγκο όλου του κλιμακοστασίου (που συμπεριλαμβάνει τις σκάλες και το φρεάτιο του ασανσέρ):  $O_{\text{(παραλληλεπίπεδου)}} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 450 \text{ κ.μ.}$

Τέλος αφαιρούμε τον όγκο του φρεατίου:  $450 - 56,52 = 393,48 \text{ κ.μ.}$

Απάντηση: Το ασανσέρ καταλαμβάνει  $56,52 \text{ κ.μ.}$  και οι σκάλες  $393,48 \text{ κ.μ.}$  του κτιρίου.

## Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **χωρητικότητα**, **λίτρο**, **όγκος** και **κυβικό μέτρο** με τις υποδιαιρέσεις του. Να εκφράσεις μια μέτρηση όγκου με διαφορετικούς τρόπους.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

❖ Για να βρούμε τον Όγκο  $(\text{κυλίνδρου})$  πολλαπλασιάζουμε την περίμετρο της βάσης επί το ύψος. **εμβ. βάσης · ύψος**



❖ Για να βρούμε τον Όγκο  $(\text{κυλίνδρου})$  αρκεί να γνωρίζουμε την ακτίνα και το ύψος του. **αρκεί να γνωρίζουμε την ακτίνα και το ύψος του.**



## Κεφάλαιο 71ο

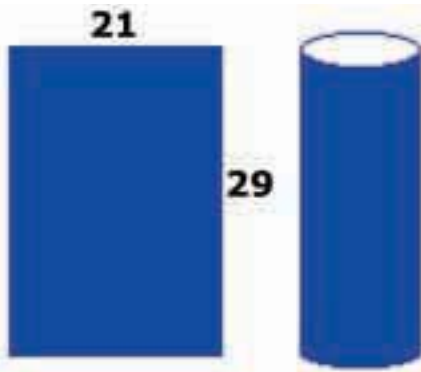
## Όγκος κυλίνδρου

### Τύπος συντηρητικός!



#### Άσκηση 1η

Μπορείς να διπλώσεις τη σελίδα A4 στο μήκος ή στο πλάτος της για να δημιουργήσεις έναν κύλινδρο. Δοκίμασε και τον ένα τρόπο και τον άλλο και γράψε τις παρατηρήσεις σου σχετικά με τον όγκο των δύο κυλίνδρων.



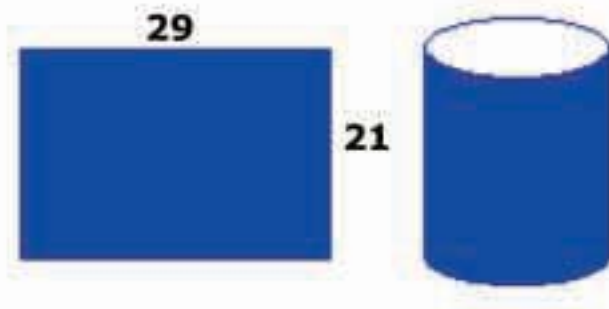
$$υ = 29 \text{ εκ.}$$

περ. βάσης 21 εκ.

$$O = \pi \cdot \alpha^2 \cdot υ \\ = 1.015,83 \text{ κ. εκ.}$$

$$2 \cdot \alpha \cdot \pi = 21$$

$$\alpha = 3,34 \text{ εκ.}$$



$$υ = 4 \text{ εκ.}$$

περ. βάσης = 29 εκ.

$$2 \cdot \alpha \cdot \pi = 29$$

$$\alpha = 4,62 \text{ εκ.}$$

$$O = \pi \cdot \alpha^2 \cdot υ \\ = 1.407,45 \text{ κ. εκ.}$$

Απάντηση: .....

#### Πρόβλημα 1ο

Στο σχήμα φαίνεται ένα σιλό (αποθηκευτικός χώρος για δημητριακά). Η εσωτερική του διάμετρος είναι 13 μ. Το ύψος του (χωρίς τη στέγη) είναι 20 μ. Να βρεις τη χωρητικότητά του.

Λύση

$$\alpha = 13 : 2 = 6,5 \text{ μ.}$$

$$O = \pi \cdot \alpha^2 \cdot υ \\ = 2.653,3 \text{ κ.μ.}$$



Απάντηση: .....

## Πρόβλημα 2ο

Το μικρό δοχείο για ποπ-κορν έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με μήκος 15 εκ., πλάτος 10 εκ. και ύψος 20 εκ. Το μεγάλο είναι κύλινδρος με διάμετρο 16 εκ. και ύψος 25 εκ. Ποια είναι η σχέση των όγκων ανάμεσα στα δύο αυτά δοχεία;

**Λύση**

$$O = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 15 \cdot 10 \cdot 20 = 3.000 \text{ κ.εκ.}$$

$$O = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \upsilon = 3,14 \cdot 8^2 \cdot 25 = 5.024 \text{ κ. εκ.}$$



**Απάντηση:** .....

## Πρόβλημα 3ο

Το θερμοκήπιο έχει σχήμα μισού κυλίνδρου με μήκος 150 μέτρα και ακτίνα 6 μέτρα. Να υπολογίσετε τον όγκο του αέρα που πρέπει να ζεσταίνεται το θερμομαντικό σώμα.

**Λύση**

$$O = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \upsilon$$
$$= 16.956 \text{ κ.μ.}$$

$$16.956 : 2 = 8.478 \text{ κ.μ.}$$



**Απάντηση:** .....

## Πρόβλημα 4ο

Οι σήραγγες που άνοιξαν στην Καστανιά Ημαθίας έχουν σχήμα κυλινδρικό, συνολικό μήκος 16 χιλιόμετρα και ακτίνα 3 μέτρα. Πόσος ήταν ο όγκος του χώματος που μετακινήθηκε για να ανοίξουν οι σήραγγες; Πόσες μεταφορές έκαναν τα φορτηγά, αν κάθε φορτηγό χωράει 20 κυβικά μέτρα;

**Λύση**

$$O = \pi \cdot \alpha^2 \cdot \upsilon$$
$$= 452.160 \text{ κ.μ.}$$

$$452.160 : 20 = 22.608 \text{ δρομολόγια}$$



**Απάντηση:** .....

