

## Κύβοι και κιβώτια

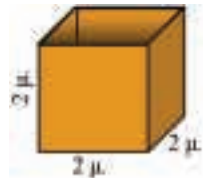


Κατανόω τη διαδικασία υπολογισμού του όγκου κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου.  
Υπολογίζω τον όγκο κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου με τύπο.  
Λύνω προβλήματα με όγκους κύβων και ορθογώνιων παραλληλεπίπεδων.

### Δραστηριότητα 1η

Γνωρίζεις ότι ως μονάδα μέτρησης του όγκου χρησιμοποιείται ένας κύβος που η ακμή του είναι ένα μέτρο και ονομάζεται κυβικό μέτρο. Για μικρότερες μετρήσεις χρησιμοποιείται το κυβικό δεκατόμετρο ή το κυβικό εκατοστόμετρο.

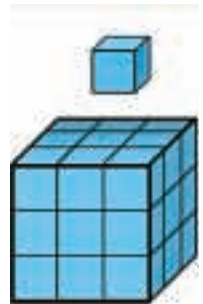
- Ποιο εργαλείο από τα προηγούμενα θα χρησιμοποιήσεις για να μετρήσεις τον όγκο του κουτιού που φαίνεται δίπλα και με τι τρόπο θα το κάνεις; ..... **Κ.μ.** .....
- Ποιος είναι ο όγκος του; .....  **$2^3 = 8$  κ.μ.** .....
- Είναι πάντοτε εύκολο να βρούμε τον όγκο των σωμάτων χρησιμοποιώντας ένα εργαλείο μέτρησης όπως είναι αυτό που χρησιμοποίησες; ..... **δύσκολο** .....
- Γιατί; ..... **πολλά ψηφία** .....



### Δραστηριότητα 2η

Η κατασκευή που φαίνεται στην εικόνα είναι φτιαγμένη από κύβους με ακμή ίση με 1 εκ. Καθένας είναι ένα κυβικό εκατοστό.

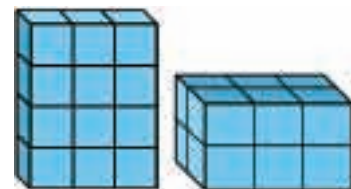
- Ποιος είναι ο όγκος της κατασκευής; .....  **$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  κ. εκ.** .....
- Εξήγησε τη σκέψη σου: .....
- Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με στοιχεία για κατασκευές που φτιάχνονται με κυβικά εκατοστά όπως η προηγούμενη.



Μήκος	Πλάτος	Εμβαδό βάσης	Αριθμός στρώσεων	Ύψος	Όγκος
3 εκ.	3 εκ.	9 τ. εκ.	3	3 εκ.	27 κ. εκ.
4	4	16	4	4	64
5	5	25	5	5	125

- Μελέτησε τώρα τις διπλάνες κατασκευές και συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα.

Μήκος	Πλάτος	Εμβαδό βάσης	Αριθμός στρώσεων	Ύψος	Όγκος
1. εκ.	3. εκ.	3	4	4. εκ.	12
2. εκ.	3. εκ.	6	2	2. εκ.	12



- Πώς μπορούμε να βρούμε τον όγκο ενός ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, χωρίς να το «χωρίσουμε» σε κυβικά εκατοστά; ... **εμβαδό βάσης** ... **ύψος** .....

Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι, για να μετρήσουμε τον όγκο ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τις περισσότερες φορές είναι δύσκολο, αν όχι αδύνατο, να χρησιμοποιήσουμε ένα εργαλείο μέτρησης.

Μπορούμε όμως εύκολα να υπολογίσουμε τον όγκο του στερεού αυτού πολλαπλασιάζοντας το μήκος επί το πλάτος του, ώστε να βρούμε το εμβαδό της βάσης και μετά να πολλαπλασιάσουμε αυτό επί το ύψος του.

### Όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και κύβου

Ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι ίσος με το γινόμενο του μήκους επί το πλάτος επί το ύψος του.

Αυτό εκφράζεται σύντομα με τον τύπο  $O_{(\text{παραλληλεπιπέδου})} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ .

Ο όγκος του κύβου είναι ίσος με το γινόμενο των ακμών που εκφράζουν το μήκος, το πλάτος και το ύψος του.

Επειδή οι ακμές του κύβου είναι ίσες μεταξύ τους, αυτό εκφράζεται σύντομα με τον τύπο  $O_{(\text{κύβου})} = \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$  ή  $O_{(\text{κύβου})} = \alpha^3$ .

### Παραδείγματα



### Εφαρμογή *Φανταστείτε πόσο μεγάλη πρέπει να είναι η πισίνα για μια φάλαινα!*

Η φάλαινα που πρωταγωνίστησε στην ταινία «Ελευθερώστε το Willy», όσο ήταν μικρή ζούσε σε μια πισίνα στο Μεξικό. Οι διαστάσεις της πισίνας ήταν 28 μέτρα μήκος, 13 μέτρα πλάτος και 6 μέτρα ύψος (ή βάθος καλύτερα).

Μεγάλωσε όμως τόσο που δεν χωρούσε πια στην πισίνα αυτή.

Έτσι οι υπεύθυνοι αναγκάστηκαν να τη στείλουν σε μια άλλη πόλη, το Όρεγκον, όπου κατασκευάστηκε μία πισίνα με διαστάσεις 46 μ. μήκος, 23 μ. πλάτος και 8 μ. ύψος.

Εκεί χωράει να κινείται με άνεση και μπορεί κανείς να τη δει να παίζει, αφού η καινούρια πισίνα έχει γυάλινα τμήματα στα πλαϊνά της. Πόσο μεγαλύτερη είναι η νέα πισίνα της φάλαινας;

#### Λύση:

Το μέγεθος μιας πισίνας κρίνεται όχι μόνο από τις δύο διαστάσεις της που φαίνονται, αλλά και από το βάθος της, που είναι εξίσου σημαντικό. Χρειάζεται λοιπόν να βρούμε τον όγκο κάθε πισίνας για να τις συγκρίνουμε.

Ο όγκος της πρώτης πισίνας ήταν:  $O_{(\text{παραλληλεπιπέδου})} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$   
 $28 \cdot 13 \cdot 6 = 2.184 \text{ κ.μ.}$

Ο όγκος της νέας πισίνας είναι:  $O_{(\text{παραλληλεπιπέδου})} = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$   
 $46 \cdot 23 \cdot 8 = 8.464 \text{ κ.μ.}$

Τώρα πρέπει να βρούμε τη διαφορά τους:  $8.464 - 2.184 = 6.280 \text{ κ.μ. μεγαλύτερη.}$

**Απάντηση:** Η νέα πισίνα είναι 6.280 κ.μ. μεγαλύτερη.



### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **όγκος παραλληλεπιπέδου** και **όγκος κύβου** Να υπολογίσεις τον όγκο ενός παραλληλεπιπέδου που υπάρχει κοντά σου.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό**  **Λάθος**

❖ Για να βρούμε τον **Όγκο**<sub>(κύβου)</sub> αρκεί να γνωρίζουμε το μήκος της ακμής του.

❖ Για να βρούμε τον **Όγκο**<sub>(παραλληλεπιπέδου)</sub> πρέπει να γνωρίζουμε και τις 3 διαστάσεις του.

❖ Για να κατασκευάσω ένα μοντέλο κυβικού μέτρου χρειάζομαι 3 ξύλα του 1 μέτρου.

( 12 ακμές )



## Κεφάλαιο 70ό

### Όγκος κύβου και ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου

## Κύβοι και κιβώτια



### Άσκηση 1η

Αν κατασκευάσετε με την ομάδα σου ένα κυβικό μέτρο, χρησιμοποιώντας ξύλινα πηχάκια για τις ακμές θα χωράει να περάσει από την πόρτα της τάξης σου;

Πόσα μέτρα ξύλινα πηχάκια θα χρησιμοποιήσετε;

**Λύση**

12 ξύλινα πηχάκια του 1 μέτρου



**Απάντηση:** .....

### Άσκηση 2η

Με ποιους τρόπους θα μπορούσατε να κατασκευάσετε ένα δοχείο για χυμό που να έχει όγκο 330 κ.εκ. (δεχόμαστε ότι αυτή είναι και η χωρητικότητά του) Τι διαστάσεις θα είχε;

**Λύση**

$$3 \cdot 10 \cdot 11 = 330 \text{ κ. εκ.}$$



**Απάντηση:** .....

### Άσκηση 3η

Μέσα σε ένα άδειο χαρτονένιο κουτί με διαστάσεις 70 x 50 x 30 εκατοστά πόσα μικρότερα χάρτινα κουτιά με διαστάσεις 7 x 5 x 3 εκατοστά μπορούμε να βάλουμε;

**Λύση**

$$70 \cdot 50 \cdot 30 = 105.000 \text{ κ. εκ.}$$

$$7 \cdot 5 \cdot 3 = 105 \text{ κ. εκ.}$$

$$105.000 : 105 = 1.000 \text{ κουτιά}$$



**Απάντηση:** .....

## Πρόβλημα 1ο

Το κοντέινερ είναι ένα μεγάλο μεταλλικό κουτί με διαστάσεις 10 μ. μήκος, 2μ. πλάτος και 2 μ. ύψος. Σε μια εταιρεία μεταφορών η μεταφορά δεμάτων κοστολογείται ως εξής:

Κυβικά μέτρα	1 ως 10	11 ως 20	21 ως 30	1 κοντέινερ
Κόστος μεταφοράς ανά κ.μ.	12 € το κυβικό μέτρο	11 € το κυβικό μέτρο	10 € το κυβικό μέτρο	300 €

Τα εμπορεύματα που δεν συμπληρώνουν ολόκληρο κοντέινερ χρεώνονται σύμφωνα με τον πίνακα. Αν πρέπει να μεταφέρεις ένα φορτίο 180 κ.μ. πόσο θα πληρώσεις;

**Λύση**

$$\begin{aligned}10 \cdot 2 \cdot 2 &= 40 \text{ κ.μ.} \\180 \text{ κ.μ.} : 40 &= 4 \text{ κοντέινερ} + 20 \text{ κ.μ.} \\4 \cdot 300 &= 1.200 \text{ ευρώ} \\20 \cdot 11 &= 220 \text{ ευρώ} \\1.200 + 220 &= 1.420 \text{ ευρώ}\end{aligned}$$



**Απάντηση:** .....

## Πρόβλημα 2ο

Μια εταιρεία φτιάχνει και πουλά μικρά και μεγάλα κιβώτια. Το υλικό κατασκευής τους είναι το ίδιο. Τα μικρά έχουν διατάσεις: 12 x 13 x 10 εκ. και τα μεγάλα έχουν διπλάσιες διαστάσεις, δηλαδή 24 x 26 x 20 εκ.

Ο όγκος των μεγάλων κιβωτίων είναι διπλάσιος από τον όγκο των μικρών;

Το υλικό που χρησιμοποιείται για την κατασκευή τους είναι διπλάσιο;

Αν η εταιρεία αποφασίσει να πουλήσει το μικρό κιβώτιο 1,5 €, πόσο νομίζεις ότι πρέπει να πουλήσει το μεγάλο;

**Λύση**

$$\begin{aligned}12 \cdot 13 \cdot 10 &= 1.560 \text{ κ.εκ.} \\24 \cdot 26 \cdot 20 &= 12.480 \text{ κ. εκ.} \\8 \text{ φορές μεγαλύτερος ο όγκος}\end{aligned}$$

υλικό μικρών 812 τ.εκ.  
μεγάλων 3.248 τ.εκ.  
4 φορές περισσότερο το εμβαδόν.



**Απάντηση:** ..... άρα  $1,5 \cdot 4 = 6$  ευρώ

## Πρόβλημα 3ο

Το φρεάτιο του ανελκυστήρα μιας οικοδομής έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις 1,4 x 2 x 15 μέτρα. Πόσα κυβικά μέτρα αέρα υπάρχουν στο φρεάτιο; Σε περίπτωση που ο ανελκυστήρας μπλοκάρει με 2 άτομα στο θάλαμο για πόσες ώρες θα επαρκέσει ο αέρας που υπάρχει στο φρεάτιο (υποτίθεται πως δεν υπάρχουν τρύπες εξαερισμού και χαραμάδες) αν κάθε άτομο χρειάζεται 3 κυβικά μέτρα αέρα την ώρα;

**Λύση**

$$\begin{aligned}1,4 \cdot 2 \cdot 15 &= 42 \text{ κ.μ.} \\3 \cdot 2 &= 6 \text{ κ.μ.} \\42 : 6 &= 7 \text{ ώρες}\end{aligned}$$



**Απάντηση:** .....