



Κόψη κύκλους!



Κατανοώ τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού του κυκλικού δίσκου.
Βρίσκω το εμβαδό του κυκλικού δίσκου με τη βοήθεια τύπου.
Λύνω προβλήματα με εμβαδά κυκλικών σκων.



Δραστηριότητα 1η

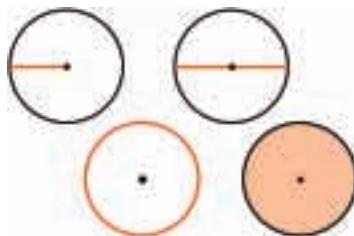
Ο κύκλος είναι ένα από τα σχήματα που συναντάς καθημερινά στη ζωή σου.

- Ανάφερε κάποια κυκλικά αντικείμενα: **ρολόγια, ρόδες κ.ά.**
-



Μπορούμε να κάνουμε τουλάχιστο 4 μετρήσεις που μας χρησιμεύουν στο να περιγράψουμε το μέγεθος ενός κύκλου. Συγκεκριμένα μπορούμε να μετρήσουμε την ακτίνα, τη διάμετρο, το μήκος του κύκλου και το εμβαδό.

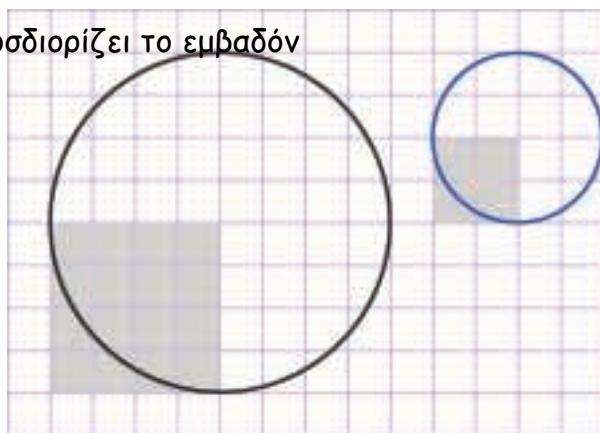
- Ποιες από τις παραπάνω μετρήσεις γίνονται ευκολότερα;
ακτίνα και διάμετρος.
-



Οι άνθρωποι που μελέτησαν τον κύκλο από τα αρχαία χρόνια ανακάλυψαν τη σχέση που έχει η διάμετρος του κύκλου με το μήκος του: μήκος κύκλου = $3,14 \cdot$ διάμετρος. Μπορείς να βεβαιωθείς για τη σχέση αυτή μετρώντας διάφορους κύκλους.

Δραστηριότητα 2η

- Προσπάθησε να κάνεις μια εκτίμηση με όποιον τρόπο νομίζεις για το πιθανό εμβαδό του μεγαλύτερου από τους πιο κάτω κύκλους.



Η ακτίνα προσδιορίζει το εμβαδόν

- Ο κύκλος με τη μισή ακτίνα θα έχει το μισό εμβαδό;
όχι.
-

- Στο διπλανό σχήμα βλέπεις σκιασμένο ένα τετράγωνο. Θα το ονομάσουμε «τετράγωνο της ακτίνας». Γιατί; **Η πλευρά του τετραγώνου είναι ίση με την ακτίνα του κύκλου.**

- Κόψε μερικά τέτοια τετράγωνα και προσπάθησε να ανακαλύψεις πόσα χρειάζονται για να καλυφθεί η επιφάνεια του κυκλικού δίσκου.

- Πόσα χρειάζονται; (Μπορείς να απαντήσεις πόσα περίπου, αν δεν μπορείς ακριβώς.)
3 με 4 τετράγωνα
-

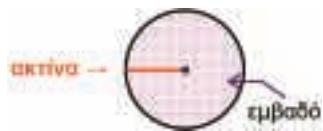
- Επανέλαβε το ίδιο και για άλλους κύκλους, σημειώνοντας πάντα το αποτέλεσμα.

- Διακρίνεις κάτι που ισχύει και πάλι για τους κύκλους ανεξάρτητα από το μέγεθός τους;
-

- Μπορείς τώρα να πεις πώς μπορούμε να βρούμε το εμβαδό του κυκλικού δίσκου χωρίς να κόψουμε τετράγωνα;
-

Από τα παραπάνω διαπιστώσαμε ότι το εμβαδό του κυκλικού δίσκου είναι περίπου 3 φορές το τετράγωνο της ακτίνας. Επίσης γνωρίζουμε ότι το μήκος του κύκλου είναι περίπου 3 φορές η διάμετρος. Αυτός ο αριθμός, ο «περίπου 3» ονομάζεται π και είναι στην πραγματικότητα ένας αριθμός με πάρα πολλά δεκαδικά ψηφία, ωστόσο για ευκολία χρησιμοποιούμε μόνο τα δύο: λέμε $\pi = 3,14$.

Παραδείγματα



Εμβαδό κυκλικού δίσκου

Το **εμβαδό** ενός κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού π επί το τετράγωνο της ακτίνας του.

Αυτό εκφράζεται σύντομα με τον τύπο $E_{(\text{κυκλικού δίσκου})} = \pi \cdot a^2$



Εφαρμογή 1η

Μία εταιρία κινητής τηλεφωνίας έβαλε την κεραία της στο σημείο που φαίνεται στο χάρτη. Η κεραία έχει εμβέλεια (δηλαδή στέλνει σήμα) σε απόσταση 25 χιλιομέτρων. Σημείωσε πάνω στο χάρτη την περιοχή της εμβέλειας και υπολόγισε το εμβαδό της περιοχής αυτής.

Λύση

Αφού γνωρίζουμε ότι όλα τα σημεία που βρίσκονται σε απόσταση μέχρι 25 χμ. βρίσκονται μέσα στην περιοχή εμβέλειας, για να οριθετήσουμε την περιοχή αυτή, θα σχεδιάσουμε έναν κύκλο με κέντρο την κεραία και ακτίνα 25 χμ., αφού υπολογίσουμε πώση θα είναι η απόσταση αυτή πάνω στο χάρτη σύμφωνα με την κλίμακα. ..

$$\pi \cdot a^2 = 3,14 \cdot 25^2 = 1.962,5 \text{ τ. χμ.}$$



Απάντηση: Το εμβαδό της περιοχής είναι : 1.962,5 τ. χμ.

Εφαρμογή 2η

Στον αρχαιολογικό χώρο της Βεργίνας βρέθηκε το αρχαίο θέατρο στο οποίο ο βασιλιάς της Μακεδονίας Φίλιππος ο Β' διολοφονήθηκε το 336 π.Χ. Το θέατρο διέθετε ημικυκλική ορχήστρα διαμέτρου 28 μέτρων. Να υπολογίσετε το εμβαδό της.

Λύση

Για να βρούμε το εμβαδό ενός ημικύκλιου, αρκεί να βρούμε το εμβαδό του κυκλικού δίσκου με την ίδια ακτίνα και να το διαιρέσουμε δια 2. Αφού η διάμετρος είναι 28 μ., η ακτίνα είναι $28 : 2 = 14 \text{ μ.}$



$$\text{Άρα το εμβαδό του κυκλικού δίσκου θα είναι: } 3,14 \cdot 14^2 = 615,44 \text{ τ.μ.} \quad \text{και του ημικύκλιου: } 615,44 : 2 = 307,72 \text{ τ.μ.}$$

Απάντηση: Το εμβαδό της ορχήστρας του αρχαίου θεάτρου είναι ...307,72... τ.μ.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **εμβαδό κυκλικού δίσκου** και π . Εξήγησε γιατί γνωρίζοντας μόνο την ακτίνα ενός κυκλικού δίσκου μπορούμε να βρούμε το εμβαδό του.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Όταν γνωρίζω το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου, μπορώ να βρω την ακτίνα του.
 - ❖ Το εμβαδό ενός κυκλικού δίσκου με ακτίνα 3μ. είναι $3,14 \cdot 3^2 = 3,14 \cdot 6 = 18,84 \text{ τ.μ.}$
- $.9 = 28,26 \text{ τ.μ.}$



Βρίσκω το εμβαδό κυκλικού δίσκου



Κόβω κύκλους!

Πρόβλημα 1ο

Ένας από τους πιο καταστροφικούς τυφώνες που σημειώθηκαν ποτέ ήταν ο Τίπ (Tip). Ο τυφώνας εμφανίστηκε στον Νότιο Ειρηνικό στις 12 Οκτωβρίου του 1979 και είχε ακτίνα 1.100 χιλιόμετρα. Υπολόγισε την περιοχή που κάλυπτε.

Λύση

$$E = \pi \cdot a^2$$

$$3,14 \cdot 1.100^2 = 3.799.400 \text{ τ.χμ.}$$

Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Στο εξοχικό σπίτι του ο κ. Παπάντος θέλει να κατασκευάσει στο κέντρο του κήπου του ένα γεωμετρικό σχέδιο για να φυτέψει τρία διαφορετικά είδη λουλουδιών.

Το γεωμετρικό σχέδιο είναι αυτό που εικονίζεται στο διπλανό σχήμα και περιλαμβάνει:

- Ένα τετράγωνο με πλευρά 11,3 μέτρα.
- Μέσα στο τετράγωνο έναν κύκλο με διáμετρο όση η πλευρά του τετραγώνου.
- Μέσα στον μεγάλο κύκλο έναν μικρότερο κύκλο με διáμετρο 8 μέτρα.

Τα τρία παρτέρια που σχηματίζονται θα έχουν διαφορετικά είδη λουλουδιών και σημειώνονται με διαφορετικά χρώματα

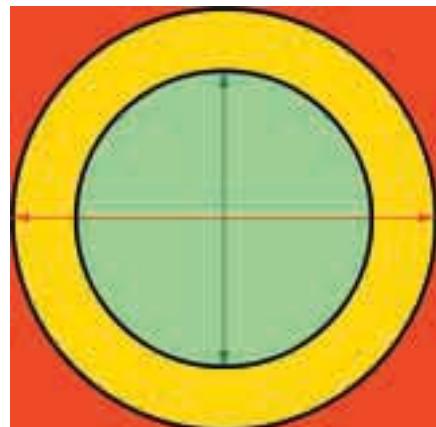
- Ποιο παρτέρι υποθέτεις ότι έχει το μεγαλύτερο εμβαδό;
- Κάνε τους υπολογισμούς και βρες το εμβαδό για κάθε παρτέρι (στρογγυλοποίησε σε δέκατα).

Λύση

$$3,14 \cdot 4^2 = 50,2 \text{ τ.μ. περίπου το πράσινο}$$

$$(3,14 \cdot 5,65^2) - (3,14 \cdot 4^2) = 50 \text{ τ.μ. περίπου το κίτρινο}$$

$$11,3^2 - (3,14 \cdot 5,65^2) = 27,5 \text{ τ.μ. περίπου το κόκκινο}$$



$$E = a \cdot a = \\ 11,3 \cdot 11,3 = 127,69 \text{ τ.μ.}$$

$$E_k = \pi \cdot a^2 \\ = 100,23665 \text{ τ.μ.}$$

$$E_\pi = \pi \cdot a^2 \\ = 50,24 \text{ τ.μ.}$$

Επαληθεύτηκε η υπόθεσή σου;

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Ο κύκλος στο ψάρεμα»

Ένας από τους παραδοσιακούς τρόπους ψαρέματος σε ποτάμια αλλά και σε λίμνες της Ελλάδας που πλέον έχει απαγορευθεί και εκλείψει ήταν με το «ριχτάρι» ή «λιχτάρι».

Με τη μέθοδο αυτή ο ψαράς πετούσε ένα κυκλικό δίχτυ με τέτοια τεχνική που αυτό πριν πέσει στο νερό, άνοιγε σαν ομπρέλα.

Το δίχτυ είχε περιμετρικά πολλά μολυβένια βαρίδια που το βοηθούσαν να βουλιάζει ταχύτατα εγκλωβίζοντας τα ψάρια που βρίσκονταν από κάτω του.

Ο ψαράς μάζευε στη συνέχεια το δίχτυ τραβώντας ένα σχοινί που ήταν δεμένο στο κέντρο του κύκλου. Το δίχτυ μαζεύονταν προς το κέντρο, ενώ παράλληλα έρχονταν προς το μέρος του και τα ψάρια που δεν μπορούσαν να φύγουν λόγω των βαριδιών παρέμεναν στο δίχτυ.

Ένα συνηθισμένο τέτοιο λιχτάρι είχε ακτίνα 5 μέτρα και ζύγιζε μέχρι 20 κιλά.

- Να βρεθεί η επιφάνεια του ποταμού που καλύπτει ένα πέταγμα του λιχταριού.
- Αν υπολογίσουμε ότι ο ψαράς ρίχνει το δίχτυ του κάθε 6 λεπτά, πόση περιοχή του ποταμού έχει «σαρώσει» με το δίχτυ σε 2 ώρες;
- Αν για κάθε τετραγωνικό μέτρο χρειάζονται 200 μέτρα νήμα να υπολογίσετε το συνολικό μήκος του νήματος που απαιτείται για ολόκληρο το δίχτυ.



- Στο επαγγελματικό ψάρεμα τα μεγάλα αλιευτικά πλοία έχουν στόλο από μικρότερα καραβάκια που κυκλώνουν ολόκληρες περιοχές των ωκεανών σε ακτίνα 2 μιλίων (1 ν.μίλι = 1809 μέτρα). Ποια είναι η έκταση της περιοχής στην οποία ψαρεύουν;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση



- Τραβώντας το δίχτυ, αυτό σέρνεται στον πυθμένα του ποταμού. Επηρεάζει αυτή η κίνηση τους υπόλοιπους οργανισμούς που ζουν στο οικοσύστημα του ποταμού;
- Η βιομηχανοποίηση της αλιείας εξαφάνισε τα ψάρια από τη θάλασσα. Πώς έγινε αυτό;