

## Κεφάλαιο 6ο

## Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών



### Οι αριθμοί αναπαράγονται

Πολλαπλασιάζω φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.  
Χρησιμοποιώ τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού.  
Διαπιστώνω την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.  
Πολλαπλασιάζω με το 10, το 100, το 1000 ... και με το 0,1, το 0,01, το 0,001 ...



### Δραστηριότητα 1η

Ο Πυθαγόρας, ο μεγάλος Έλληνας φιλόσοφος και μαθηματικός, που γεννήθηκε στη Σάμο το 580 π.Χ., ίδρυσε την περίφημη Πυθαγόρειο Φιλοσοφική Σχολή. Με τις μελέτες του βοήθησε στην ανάπτυξη των Μαθηματικών και ιδιαίτερα της Γεωμετρίας.

Ο διπλάνος πίνακας είναι επινόηση του Πυθαγόρα για να δείξει πώς υπολογίζονται τα γινόμενα του πολλαπλασιασμού των φυσικών αριθμών από το 0 ως το 10.

- Συμπλήρωσε τον πίνακα με τα υπόλοιπα γινόμενα.
- Τι παρατηρείς για τις γραμμές και τις στήλες του; Αναγνωρίζεις κάποιες σχέσεις;

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$$2 \cdot 8 = 8 \cdot 2 \text{ αντιμεταθετική ιδιότητα}$$

### Δραστηριότητα 2η

Ο χορηγός της εθνικής ομάδας ποδηλασίας παρέχει ένα κράνος και μια στολή σε κάθε μέλος της ομάδας. Το κράνος στοιχίζει 45,8 € και η στολή 52 €. Η ομάδα αποτελείται από 5 άτομα.

- Με πόσους τρόπους μπορεί ο χορηγός να υπολογίσει το κόστος της χορηγίας;

..Με δύο τρόπους : .....

$$45,8 + 52 = 97,8 \text{ ευρώ η στολή}$$

$$97,8 \cdot 5 = 489 \text{ ευρώ}$$

$$45,8 \cdot 5 + 52 \cdot 5 =$$

$$229 + 260 = 489 \text{ ευρώ}$$

$$(45,8 + 52) \cdot 5 = 45,8 \cdot 5 + 52 \cdot 5 = 489 \text{ ευρώ}$$



Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας βοηθούν να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

### Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Στον πολλαπλασιασμό, αν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων, δεν αλλάζει το γινόμενο (**αντιμεταθετική ιδιότητα**).

Για να πολλαπλασιάσουμε τρεις αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τους δύο μεταξύ τους και μετά το γινόμενό τους με τον τρίτο (**προσεταιριστική ιδιότητα**).

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με άθροισμα δύο ή περισσότερων προσθετέων, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με κάθε προσθετέο και να προσθέσουμε τα επιμέρους γινόμενα (**επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση**).

Η ιδιότητα αυτή ισχύει και ως προς την **αφαίρεση**.

### Παραδείγματα

π παράγοντες γινόμενο

$$2 \cdot 8 = 16 \quad \text{ή} \quad 8 \cdot 2 = 16$$

$$2,5 \cdot 8,4 = 21 \quad \text{ή} \quad 8,4 \cdot 2,5 = 21$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30 \quad \text{ή} \quad 2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 15 = 30$$

$$(2,5 \cdot 3) \cdot 4,2 = 7,5 \cdot 4,2 = 31,5 \quad \text{ή}$$

$$2,5 \cdot (3 \cdot 4,2) = 2,5 \cdot 12,6 = 31,5$$

το γινόμενο  $20 \cdot (12 + 0,5)$

μπορεί να βρεθεί κι έτσι:

$$20 \cdot 12 + 20 \cdot 0,5 = 240 + 10 = 250$$

$$20 \cdot (12 - 2) = 20 \cdot 12 - 20 \cdot 2 = 240 - 40 = 200$$

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού μας βοηθούν να υπολογίζουμε εύκολα γινόμενα με πολλούς αριθμούς. Ο πολλαπλασιασμός στους δεκαδικούς αριθμούς γίνεται όπως και στους φυσικούς. Στο γινόμενο τα δεκαδικά ψηφία είναι τόσα, όσα ήταν συνολικά τα δεκαδικά ψηφία σε όλους τους παράγοντες.

### Εφαρμογή 1η

Πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό (φυσικό ή δεκαδικό) με το 10, το 100, το 1.000 ...

**Λύση:**

**Φυσικοί:** Αρκεί να προσθέσω στο τέλος του αριθμού ένα 0 για να μεγαλώσει 10 φορές, δύο 0 για να μεγαλώσει 100 φορές, τρία 0 για να μεγαλώσει 1000 φορές κ.ο.κ.

$$8 \cdot 10 = 80$$

$$8 \cdot 100 = 800$$

$$8 \cdot 1.000 = 8.000$$

$$8 \cdot 10.000 = 80.000$$

**Δεκαδικοί:** Θυμάμαι ότι στους δεκαδικούς αριθμούς κάθε δεκαδικό ψηφίο είναι κατά δέκα φορές μεγαλύτερο από το ψηφίο που βρίσκεται στα δεξιά του. Άρα η μετακίνηση της υποδιαστολής μία θέση δεξιά μεγαλώνει τον αριθμό δέκα φορές:  $8,255 \cdot 10 = \dots 82,55$

### Εφαρμογή 2η

Πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό (φυσικό ή δεκαδικό) με το 0,1 ή το 0,01 ή το 0,001 ...

**Λύση:**

Όταν πολλαπλασιάζω έναν αριθμό με το 1, ο αριθμός δε μεταβάλλεται. Το 0,1 είναι 10 φορές μικρότερο από το 1. Άρα όταν πολλαπλασιάσω τον αριθμό με το 0,1 τότε αυτός μικραίνει 10 φορές. Για να μικρύνω έναν αριθμό 10 φορές αρκεί να μετακινήσω την υποδιαστολή μια θέση προς τα αριστερά:

$$935 \cdot 0,1 = 93,5$$

$$935 \cdot 0,01 = 9,35$$

$$93,5 \cdot 0,01 = 0,935$$

### Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **αντιμεταθετική ιδιότητα**, **προσεταιριστική ιδιότητα** και **επιμεριστική ιδιότητα** στον πολλαπλασιασμό. Εξήγησέ τους με παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Η ισότητα  $35 \cdot 10 \cdot 0 = 350$  είναι σωστή.

❖ Το  $5 \cdot 19 + 5 \cdot 6$  μπορεί να γίνει  $5 \cdot (19 + 6) = 5 \cdot 25 = 125$

❖ Η ισότητα:  $0,31 \cdot 0,1 = 0,31$  είναι σωστή.

**Σωστό**

**Λάθος**



## Κεφάλαιο 6ο

## Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών

### Οι αριθμοί αναπαράγονται



#### Άσκηση 1n

Συμπληρώστε τις ισότητες:

$9,75 \cdot 10 = 97,5$	$8,75 \cdot 1.000 = 8.750$	$978,87 \cdot 0,1 = 97,887$
$4,75 \cdot 100 = 475$	$0,97 \cdot 10 = 9,7$	$965,89 \cdot 0,01 = 9,6589$
$6,97 \cdot 1.000 = 6.970$	$8,7 \cdot 0,1 = 0,87$	$678,5 \cdot 0,001 = 0,6785$

#### Άσκηση 2n

Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα:

$15 \cdot (3 + 2) = 75$	$1,5 \cdot (3 + 2) = 7,5$
$15 \cdot (3 + 0,2) = 48$	$10 \cdot (2,3 + 3,2) = 55$
$15 \cdot (0,3 + 0,2) = 7,5$	$0,15 \cdot (3 + 2) = 0,75$

#### Άσκηση 3n

Σημπληρώστε τους παρακάτω πίνακες πολλαπλασιασμού:

x	10	5	3	4	8	6	2	7	9
2	20	10	6	8	16	12	4	14	18
8	80	40	24	32	64	48	16	56	72
4	40	20	12	16	32	24	8	28	36
6	60	30	18	24	48	36	12	42	54
5	50	25	15	20	40	30	10	35	45

x	2	6	9	4	5	3	8	7	10
5	10	30	45	20	25	15	40	35	50
3	6	18	27	12	15	9	24	21	30
9	18	54	81	36	45	27	72	63	90
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	14	42	63	28	35	21	56	49	70

#### Άσκηση 4n

Με τη βοήθεια του πρώτου γινομένου κάθε στήλης να υπολογίσεις με το νου τα παρακάτω γινόμενα:

$42 \cdot 85 = 3.570$	$583 \cdot 97 = 56.551$	$498 \cdot 638 = 317.724$
$4,2 \cdot 8,5 = 35,70$	$58,3 \cdot 97 = 5.655,1$	$49,8 \cdot 6,38 = 317,724$
$0,42 \cdot 850 = 357$	$5,83 \cdot 0,97 = 5,6551$	$4.980 \cdot 63.800 = 317.724.000$

#### Πρόβλημα 1ο

Ο Bill Gates, ιδρυτής της εταιρείας Microsoft, το 2003 κέρδιζε 5 λεπτά κάθε δευτερόλεπτο. Πόσα χρήματα κέρδιζε σε 1 λεπτό, σε 1 ώρα, σε 1 ημέρα, σε 1 μήνα, σε 1 έτος;

##### Λύση

5 λεπτά κάθε δευτερόλεπτο  
 X ; κερδίζει σε 1 λεπτό, 1 ώρα  
 1 ημέρα, 1 μήνα, 1 έτος :

##### Απάντηση:

$$0,05 \cdot 60 = 3 \text{ ευρώ το λεπτό}$$

$$3 \cdot 60 = 180 \text{ ευρώ την ώρα}$$

$$180 \cdot 24 = 4.320 \text{ ευρώ την ημέρα}$$

$$4.320 \cdot 30 = 129.600 \text{ ευρώ το μήνα}$$

$$129.600 \cdot 12 = 1.555.200 \text{ ευρώ το έτος}$$



## Πρόβλημα 2ο

Το κυλικείο του σχολείου κάθε μέρα πουλάει 4 κιβώτια φυσικό χυμό. Κάθε κιβώτιο περιέχει 25 χυμούς που ο καθένας πουλιέται 0,35 €. Πόσα χρήματα εισπράττει από τη Δευτέρα μέχρι την Παρασκευή;

**Λύση**  
4 κιβώτια χυμούς  $4 \cdot 25 = 100$  χυμούς  
25 χυμούς το κιβώτιο  $100 \cdot 0,35 = 35$  ευρώ την ημέρα  
0,35 ευρώ ο ένας  $35 \cdot 5 = 175$  ευρώ σε 5 ημέρες.

X : χρήματα εισπράττει σε 5 μέρες :

**Απάντηση:** ..... **Εισπράττει 175 ευρώ.** .....



## Πρόβλημα 3ο

Ο δήμος Ρόδου θέλησε να συντηρήσει τη μία δεξαμενή υδροδότησης της πόλης. Αφού έκλεισαν τις παροχές που φέρνουν νερό στη δεξαμενή, σε 80 λεπτά η δεξαμενή άδειασε από τους δύο αγωγούς υδροδότησης της πόλης. Ο ένας αγωγός αδειάζει 119,8 λίτρα νερού το λεπτό, ενώ ο άλλος 192,7 λίτρα το λεπτό. Πόσα λίτρα νερού είχε η δεξαμενή;

**Λύση**  
80 λεπτά  $119,8 \cdot 80 = 9.584$  λίτρα ο πρώτος αγωγός  
119,8 λίτρα το λεπτό  $192,7 \cdot 80 = 15.416$  λίτρα ο δεύτερος αγωγός  
192,7 λίτρα το λεπτό  $15.416 + 9.584 = 25.000$  λίτρα νερού.

X : λίτρα είχε η δεξαμενή :

**Απάντηση:** ..... **Η δεξαμενή είχε 25.000 λίτρα νερού.** .....



## Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Νοικιάζω αυτοκίνητο»

Η οικογένεια Δροσινού σχεδιάζει διακοπές στην Πελοπόννησο για περίπου μια εβδομάδα και χρειάζεται να νοικιάσει ένα αυτοκίνητο για το διάστημα αυτό. Έπειτα από έρευνα βρήκαν τις παρακάτω επιλογές:

*εβδομαδιαία χρέωση 1	299 € την εβδομάδα, απεριόριστα χιλιόμετρα.
*εβδομαδιαία χρέωση 2	199 € την εβδομάδα, συν 20 λεπτά το χιλιόμετρο.
ημερήσια χρέωση 1	50 € την ημέρα, απεριόριστα χιλιόμετρα.
ημερήσια χρέωση 2	40 € την ημέρα, συν 10 λεπτά το χιλιόμετρο.



(\*) επιπλέον ημέρες χρεώνονται ως πλήρης εβδομάδα.

Η οικογένεια υπολογίζει ότι θα διανύσει περίπου 600 χιλιόμετρα.

- Ποιο πρόγραμμα τους συμφέρει να επιλέξουν, αν μείνουν ακριβώς μια εβδομάδα;

.....

- Ποιο πρόγραμμα είναι πιο οικονομικό, αν μείνουν περισσότερες ημέρες;

.....

## Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γιατί οι άνθρωποι χρειάζονται διακοπές;
- Έκαναν διακοπές κατά την αρχαιότητα;
- Κάνουν διακοπές τα ζώα;

