



Τι είναι αυτό που μας ενώνει;



Αναγνωρίζω αριθμητικά μοτίβα.

Βρίσκω τον κανόνα ενός αριθμητικού μοτίβου και συνεχίζω την ακολουθία.

Διακρίνω αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και το χρησιμοποιώ για τη λύση.

Δραστηριότητα 1η

Διαβάστε μια αστεία ιστορία:

Μια μέρα ο πατέρας του Τοτού του έδωσε 1 €. Εκείνος, όταν βρήκε το φίλο του, άλλαξε το ΕΥΡΩ του με δύο πενήντολεπτα, γιατί σκέφτηκε ότι «*δύο είναι καλύτερα από ένα*». Αργότερα άλλαξε τα δύο πενήντολεπτα με τρία εικοσάλεπτα καθώς σκέφτηκε ότι «*τρία είναι καλύτερα από δύο*». Μετά τα άλλαξε κι αυτά με τέσσερα δεκάλεπτα και, περήφανος πια, πήγε να πει στον πατέρα του το κατόρθωμά του!



- Ποιο νόμιζε ο Τοτός ότι ήταν το κατόρθωμά του;
- Τι προσπαθούσε να κάνει κάθε φορά;
- Μπορείς να περιγράψεις τα βήματα που ακολούθησε το παιδί με ένα μοτίβο;
- Αν συνέχιζε τις αλλαγές, σύμφωνα με το μοτίβο που ακολουθούσε, με τι θα άλλαζε τα τέσσερα δεκάλεπτά του;

Δραστηριότητα 2η

Δίπλα φαίνεται μια σελίδα του ημερολογίου.

+ 1
↓
+ 7

- Προσπαθήστε να ανακαλύψετε το μοτίβο στη σειρά των αριθμών στην πράσινη στήλη:

2, 9, 16, 23 , 30 :

- Προσπαθήστε τώρα να ανακαλύψετε το μοτίβο στη σειρά των αριθμών στα μοβ κουτάκια:

7, 13, 19, 25 , 31 , _____ :

Δ	Τ	Τ	Π	Π	Σ	Κ
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- Μπορείτε να διαλέξετε κάποια άλλα κουτάκια και να ανακαλύψετε ένα μοτίβο.

.....

Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι σε μια σειρά αριθμών πολλές φορές είναι χρήσιμο να αναζητήσουμε αν υπάρχει κάποιος κανόνας που ορίζει τη σειρά αυτή, με σκοπό να προβλέψουμε τον αριθμό που θα ακολουθήσει.

Αριθμητικό μοτίβο

Σε μια σειρά αριθμών που υπάρχει μια σχέση σταθερή και επαναλαμβανόμενη ανάμεσα στους αριθμούς, ο κανόνας που ορίζει τη σχέση αυτή και μας δείχνει πώς δημιουργήθηκε η σειρά των αριθμών λέγεται **αριθμητικό μοτίβο**. (π.χ. 5, 10, 15, 20, 25, ... $a, a+5$)

Αυτή τη διαδοχή των αριθμών τη λέμε **ακολουθία** και κάθε αριθμός λέγεται **όρος** της ακολουθίας.



Εφαρμογή 1η Χρήσιμες προβλέψεις

Ο Βρετανός αστρονόμος Edmond Halley (Χάλει) μελετώντας τις ημερομηνίες εμφάνισης ενός κομήτη, πρόβλεψε πότε θα εμφανιστεί ξανά. Η πρόβλεψή του επαληθεύτηκε και ο κομήτης ονομάστηκε «κομήτης του Halley» προς τιμή του αστρονόμου.

Εξέτασε κι εσύ τις ημερομηνίες, όπως ο Halley, και προσπάθησε να ανακαλύψεις το μοτίβο και να κάνεις πρόβλεψη για την ημερομηνία της επόμενης εμφάνισης του κομήτη.

1454, 1530, 1606, 1682,

Λύση:

1. Εξετάζω τη σχέση που έχει ο πρώτος αριθμός με τον δεύτερο. Βρίσκω τη διαφορά τους:
 $1530 - 1454 = 76$
2. Κατόπιν βρίσκω τη διαφορά του δεύτερου και του τρίτου: $1606 - 1530 = 76$
3. Συνεχίζω με το επόμενο ζευγάρι αριθμών: $1682 - 1606 = 76$

Το μοτίβο είναι: προσθέτω 76 χρόνια στην προηγούμενη ημερομηνία.

Απάντηση: Η επόμενη εμφάνιση του κομήτη θα συμβεί το 1758.

Πράγματι, ο κομήτης εμφανίστηκε την παραμονή των Χριστουγέννων του 1758. Δυστυχώς ο Halley είχε πεθάνει το 1742. Έτσι δεν πρόλαβε να δει ότι η πρόβλεψή του ήταν σωστή.

1834, 1910, 1986, 2062



Εφαρμογή 2η

Να συμπληρώσετε την ακολουθία: 6, 60, 600, 6.000, _____, _____ με τους δύο επόμενους αριθμούς:

Λύση :

Εξετάζοντας τη σχέση που έχουν οι αριθμοί μεταξύ τους, καταλαβαίνω ότι ο καθένας προκύπτει όταν πολλαπλασιάσουμε τον προηγούμενο με το 10.

Απάντηση: Άρα οι επόμενοι αριθμοί είναι οι : 60.000 και 600.000



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **αριθμητικό μοτίβο**. Να αναφέρεις ένα δικό σου παράδειγμα με κάποιους αριθμούς που ακολουθούν ένα μοτίβο.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Όλες οι ακολουθίες αριθμών αποτελούν αριθμητικά μοτίβα.

❖ Στην ακολουθία 9, 18, 27, 36, 45, 54, ... a, \dots το μοτίβο είναι: $a \cdot 9$

❖ Βρίσκω το μοτίβο μιας ακολουθίας εξετάζοντας τη σχέση των αριθμών.

Σωστό **Λάθος**

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |





Αριθμητικά μοτίβα



Τι είναι αυτό που μας ενώνει;

Άσκηση 1η

Παρατήρησε τα γινόμενα. Υπάρχει μοτίβο;

Αν υπάρχει, μπορείς να το αναγνωρίσεις και να βρεις τη λύση χωρίς να πολλαπλασιάσεις;

1	•	1	=	1
11	•	11	=	121
111	•	111	=	12321
1111	•	1111	=	1234321

Μπορείς με τον ίδιο τρόπο να υπολογίσεις τα ακόλουθα γινόμενα: (αν δυσκολεύεσαι χρησιμοποίησε υπολογιστή τσέπης).

$$111111 \cdot 111111 = \dots 12345654321 \dots$$

$$11111111 \cdot 11111111 = \dots 123456787654321 \dots$$

Ποιο είναι το μοτίβο;

Άσκηση 2η

Παρατηρήστε το άθροισμα των αριθμών από το 1 ως το 10: (δείτε και το σχέδιο)

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$\text{ή ανά ζεύγη } (1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6)$$

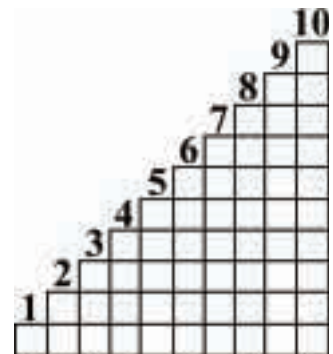
$$\text{δηλαδή } 11 + 11 + 11 + 11 + 11 = 5 \cdot 11$$

ή «5 φορές το άθροισμα του πρώτου με τον τελευταίο».

Μπορείτε με τον ίδιο τρόπο να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$\alpha) 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 98 + 99 + 100 = 5.050$$

$$\beta) 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 998 + 999 + 1000 = 500.500$$



Λύση

Ποιο είναι τα μοτίβο με βάση τα οποία μπορούμε να υπολογίσουμε τα αθροίσματα;

.....

Άσκηση 3η

Να συμπληρώσετε με την ομάδα σας τον αριθμό που λείπει σε κάθε σειρά:

(Βρείτε το μοτίβο για να βρείτε τον αριθμό)

α) 2 5 8 11 14 17 20 23 **+3**

β) 2 4 6 8 10 12 14 16 **+2**

γ) 2 7 12 17 22 27 32 37 **+5**

δ) 2 4 8 16 32 64 128 256 **x2**



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Η πυραμίδα των μοτίβων»

Πολλές φορές η θέση των αριθμών σε μια ακολουθία (όπως στο ημερολόγιο) μπορεί να καθορίζεται από πολλά αριθμητικά μοτίβα. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε μια αριθμητική πυραμίδα στην οποία η θέση των αριθμών καθορίζεται από διάφορα μοτίβα.

									1																		
									2	3	4																
									5	6	7	8	9														
									10	11	12	13	14	15	16												
									17	18	19	20	21	22	23	24	25										
									26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36								
									37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49						
									50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64				
									65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81		
									82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Συμπλήρωσε τους αριθμούς στην πυραμίδα μέχρι το 100
- Ποιο είναι το μοτίβο που ακολούθησες για να συνεχίσεις τους αριθμούς ως το 100;
.....
- Ποιο είναι το μοτίβο με βάση το οποίο προκύπτει ο επόμενος αριθμός κάθε στήλης; Για παράδειγμα, πώς από το 1 προκύπτει το 3 και πώς από το 3 προκύπτει το 7; (Το μοτίβο είναι σταθερό);
.....
.....
- Μπορείς να βρεις άλλα μοτίβα;
- Παρατήρησε τους τελευταίους αριθμούς στα δεξιά (1, 4, 9, 16, 25, 36 κ.λπ.). Τι σχέση έχουν με τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6;
- Παρατήρησε το γινόμενο δυο συνεχόμενων κάθετων αριθμών:
για παράδειγμα το $5 \cdot 11 =$
το γινόμενο είναι στην ίδια στήλη;
πόσες σειρές πιο κάτω από το 5; (τον πρώτο παράγοντα του γινομένου)
- Κάνε το ίδιο με άλλους αριθμούς για παράδειγμα $4 \cdot 8$ ή $7 \cdot 13$ ή $6 \cdot 12$
- Μπορείς να εξετάσεις που βρίσκεται το γινόμενο και να διατυπώσεις έναν κανόνα για τον πολλαπλασιασμό δυο συνεχόμενων αριθμών της ίδιας στήλης;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση



- Σχεδιάστε σε «καρέ» τετράδιο μια διαφορετική πυραμίδα αριθμών (π.χ. στην πρώτη σειρά τους αριθμούς 1 και 2, στη δεύτερη σειρά τους αριθμούς 3, 4, 5, 6, 7 και 8, στην τρίτη σειρά τους αριθμούς 9, 10. κ.λπ.)
- Υπάρχουν αντίστοιχα μοτίβα στη νέα πυραμίδα;