

Κεφάλαιο 43ο

Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή

Από πού έρχομαι;

Μελετώ τη σχέση μεταξύ αρχικής τιμής, ποσοστού και τελικής τιμής.
Βρίσκω την αρχική τιμή σε προβλήματα ποσοστών.



Δραστηριότητα 1η

Ένα μαγαζί με ποδήλατα διαφημίζει ότι έχει βάλει έκπτωση 35% σε όλα τα είδη του. Βλέπεις στη βιτρίνα ένα ποδήλατο που κοστίζει μετά την έκπτωση 78 €. Πόσο κόστιζε αρχικά;



- Σε τι διαφέρει το πρόβλημα αυτό από τα προβλήματα ποσοστών του προηγούμενου μαθήματος;
Ξέρω έκπτωση και τελική τιμή και δεν ξέρω την αρχική τιμή

- Θυμήσου το σχήμα του προηγούμενου μαθήματος σχετικά με τις διάφορες τιμές στα προβλήματα ποσοστών και συμπλήρωσε τις τιμές του προβλήματος. Στη θέση των άγνωστων τιμών μπορείς να βάλεις μεταβλητές.



- Στο συγκεκριμένο ποδήλατο γνωρίζεις την **τελική** τιμή και ψάχνεις **την αρχική**
- Στο κλάσμα $\frac{35}{100}$ (ποσοστό %) το 100 δηλώνει την **αρχική** τιμή ενός ποδηλάτου.
- Να βρεις την τελική τιμή για το ποδήλατο των 100 € **65**
- Τώρα μπορείς να συμπληρώσεις τον πίνακα και την αναλογία:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Κοστίζει μετά την έκπτωση	65	78
Κόστιζε πριν την έκπτωση	100	120

$$\frac{\text{τελική τιμή}}{\text{αρχική τιμή}} = \frac{65}{100} = \frac{78}{120}$$

- Μπορείς να το λύσεις με όποια άλλη από τις μεθόδους των ανάλογων ποσών θέλεις.

Δραστηριότητα 2η

Το πρώι η Βασιλική διάβασε πάνω στο κουτί με το γάλα: «Πίνοντας 500 ml γάλα (2 μεγάλα ποτήρια) ο οργανισμός μας παίρνει το 75% της Συνιστώμενης Ημερήσιας Ποσότητας ασβεστίου». Είδε στο διατροφικό πίνακα ότι 100 ml γάλα περιέχουν 120 mg ασβέστιο και σκέφτηκε να υπολογίσει πόσα mg ασβεστίου χρειάζεται ο οργανισμός καθημερινά.

- Τι πρέπει να βρούμε πρώτα; **Την ποσότητα ασβεστίου στα 500 ml**
- Κάνε την πράξη: **$5 \cdot 120 = 600$ mg ασβεστίου**
- Αυτό που βρήκες είναι το σύνολο των αναγκών ή το μέρος; **το μέρος**
- Είναι αρκετό αυτό που βρήκες, μαζί με το 75% για να εφαρμόσεις κάποια από τις μεθόδους λύσης των προβλημάτων με ποσοστά; **75%**
- Επέλεξε μια μέθοδο και εξήγησε πώς θα έλυνες το πρόβλημα.

$$\frac{75}{100} = \frac{600}{x} \quad \frac{75}{100} \cdot x = 100 \cdot 600$$
$$x = 800 \text{ mg ασβεστίου}$$



Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι, στα προβλήματα ποσοστών, επειδή ο αριθμός 100 είναι πάντα γνωστός, αρκεί να ξέρουμε δύο τιμές για να βρούμε την άγνωστη.

Βρίσκω την αρχική τιμή ενός ποσού

Όταν το ζητούμενο σ' ένα πρόβλημα με ποσοστά είναι η αρχική τιμή, για να την υπολογίσουμε αρκεί να γνωρίζουμε το ποσοστό % και μια τιμή ακόμα.

Δεν είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε την τιμή που δεν χρειάζεται (π.χ. στο διπλανό παράδειγμα δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε το κέρδος, δηλαδή την αύξηση).

Σε προβλήματα στα οποία το ποσοστό δηλώνει μέρος του συνόλου και όχι κάποια αύξηση ή μείωση της αρχικής τιμής δεν υπάρχει τελική τιμή.

Παραδείγματα

Πόσο αγοράζει την εφημερίδα το περίπτερο όταν την πουλάει 2 € και το ποσοστό κέρδους είναι 25%;

Λύση: Γνωρίζω το ποσοστό κέρδους στα % και την τελική τιμή πώλησης.

1. Θα υπολογίσω την τελική τιμή όταν η αρχική τιμή είναι 100 €: Αν αγοράζει την εφημερίδα 100 € (αρχική τιμή) και κερδίζει 25 € (κέρδος), άρα την πουλάει 125 € (τελική τιμή).

2. Συμπληρώνω την αναλογία:
$$= \frac{\text{τελική τιμή} \rightarrow 125}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{2}{x}$$

$$125 \cdot x = 100 \cdot 2 \quad 125 \cdot x = 200 \quad x = 200 : 125 \quad x = 1,6$$

Απάντηση: Αγοράζει την εφημερίδα 1,6 €.

Στη 2η δραστηριότητα της προηγούμενης σελίδας, πρώτα βρίσκουμε το ποσοστό στην αρχική τιμή, που είναι το μέρος:

$$5 \cdot 120 = 600 \text{ mg ασβέστιο}$$

και μετά την αρχική τιμή, που είναι το σύνολο:

$$\frac{\text{ποσοστό} \rightarrow 75}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{600}{x} \quad 75 \cdot x = 600 \cdot 100$$

$$75x = 60000, \text{ άρα } x = 60000 : 75, \text{ άρα } x = 800 \text{ mg ασβέστιο}$$

Εφαρμογή

Ρωτήσαμε κάποιους μαθητές ηλικίας 12 – 14 ετών «πόσο συχνά σερφάρετε στο ίντερνετ;» Οι 210 μαθητές (ποσοστό 70%) απάντησαν «μια φορά την εβδομάδα». Οι υπόλοιποι απάντησαν «μια φορά το μήνα». Πόσοι ήταν οι υπόλοιποι μαθητές;

Λύση

Γνωρίζω το ποσοστό στα % και το ποσοστό στην αρχική τιμή. Δεν ξέρω την αρχική τιμή (πόσοι ήταν όλοι οι μαθητές).

Άρα μπορώ κατευθείαν να συμπληρώσω την αναλογία:

$$\frac{\text{ποσοστό} \rightarrow 70}{\text{αρχική τιμή} \rightarrow 100} = \frac{210}{x} \quad 70 \cdot x = 210 \cdot 100 \quad 70 \cdot x = 21.000$$

$$x = 21.000 : 70 \quad x = 300 \quad \text{Άρα όλοι οι μαθητές ήταν 300.}$$

Οι υπόλοιποι μαθητές ήταν $300 - 210 = 90$

Απάντηση: Οι υπόλοιποι μαθητές ήταν 90.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τη σχέση: αρχική τιμή - ποσοστό - τελική τιμή και μάθαμε να βρίσκουμε την αρχική τιμή. Μπορείς να εξηγήσεις με ένα δικό σου παράδειγμα;

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Για να υπολογίσω την αρχική τιμή αρκεί να ξέρω άλλες δύο τιμές.
- ❖ Στα προβλήματα ποσοστών πάντα υπάρχει τελική τιμή.
- ❖ Σε μια έρευνα το δείγμα είναι μέρος του συνολικού πληθυσμού.

Σωστό	Λάθος
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Κεφάλαιο 43ο

Λύνω προβλήματα με ποσοστά:
Βρίσκω την αρχική τιμή

Από πού έρχομαι;



Πρόβλημα 1ο

Η περιεκτικότητα του ζαχαρότευτλου σε ζάχαρη είναι το 8% του βάρους του. Πόσα κιλά ζαχαρότευτλα απαιτούνται για να παραχθούν τα 50 κιλά ζάχαρης που καταναλώνει μια τετραμελής οικογένεια σε 1 χρόνο;

Λύση

8 κιλά ζάχαρη	100 κ. τεύτλα
50 κιλά ζάχαρη	χ ;

κιλά ζαχαρότευτλα	100	χ
κιλά ζάχαρη	8	50

$$\chi = 100 \cdot \frac{50}{8} = 625 \text{ κιλά τεύτλα}$$



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Κάναμε μια έρευνα για να διαπιστώσουμε αν στις συσκευασίες των προϊόντων τους οι εταιρείες χρησιμοποιούσαν υλικά φιλικά προς το περιβάλλον. Μας απάντησαν 152 εταιρείες, ποσοστό 32% από όσες παρέλαβαν το ερωτηματολόγιο. Πόσα ερωτηματολόγια στείλαμε;

Λύση

εταιρείες	32	152
ερωτηματολόγια	100	χ

$$32 \cdot \chi = 152 \cdot 100$$

$$32 \cdot \chi = 15200$$

$$\chi = 15200 : 32$$

$$\chi = 475 \text{ ερωτηματολόγια}$$



Απάντηση:

Πρόβλημα 3ο

Ο καθηγητής των μαθηματικών αφήνει πάντα φιλοδώρημα το 15% της αξίας του γεύματος. Σηκώνεται από το διπλανό τραπέζι αφού έφαγε, σας χαιρετά και φεύγει. Βλέπετε στο τραπέζι του, να έχει αφήσει 2,40 €. Πόσος ήταν ο λογαριασμός του;

Λύση

φιλοδώρημα	15	2,40
λογαριασμός	100	χ

$$\frac{15}{100} = \frac{2,40}{\chi}$$

$$15 \cdot \chi = 100 \cdot 2,40$$

Απάντηση: χ = 16 ευρώ



Πρόβλημα 4ο

Οι πωλήσεις στο κατάστημα μας το μήνα Ιανουάριο ήταν 18.000 €, λέει ο φίλος μου, και ήταν μειωμένες κατά 10% σε σχέση με αυτές του προηγούμενου μήνα. Πόσα ήταν τα χρήματα από τις πωλήσεις το Δεκέμβριο;

Λύση

πωλήσεις	100	χ
μείωση	90	18.000

$$\frac{100}{90} = \frac{\chi}{18000}$$

$$\chi = 20.000 \text{ ευρώ}$$

Απάντηση:



Πρόβλημα 5ο

Σε μια αίθουσα κινηματογράφου ο διευθυντής παρατήρησε ότι ο συνηθισμένος αριθμός θεατών τις Δευτέρες είναι μόνο 70 άτομα. Για να αυξήσει τον αριθμό διαφήμιση ότι κάθε Δευτέρα θα δίνει στους 45 πρώτους πελάτες από μια αφίσα του έργου. Την επόμενη Δευτέρα υπολόγισε ότι οι 45 που κέρδισαν την αφίσα ήταν το 60% των θεατών.

- Να βρεις πόσοι ήταν οι θεατές εκείνη τη μέρα.
- Κάθε αφίσα κοστίζει 2 € και από το εισιτήριο κερδίζει 6 €. Υπολογίζοντας πόσο κέρδισε εκείνη τη Δευτέρα σε σχέση με αυτό που κέρδιζε τις προηγούμενες Δευτέρες σκέψου και απάντησε αν αξίζει να συνεχιστεί η προσφορά και τις επόμενες Δευτέρες.

Λύση

κέρδισαν	60	45
σύνολο	100	χ

$$\frac{60}{100} = \frac{45}{\chi}$$

$$\chi = 75 \text{ θεατές}$$

$$70 \cdot 6 = 420 \text{ ευρώ}$$

$$(45 \cdot 4) + (30 \cdot 6) = 360 \text{ ευρώ}$$

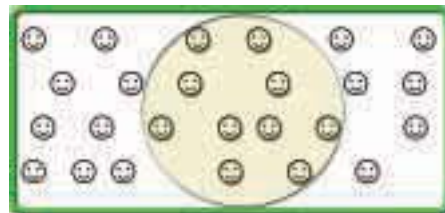
$$60 \text{ ευρώ λιγότερα}$$

Απάντηση:



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Έρευνες»

Σε μια μελέτη ή μια έρευνα συνήθως είναι αδύνατο να πλησιάσουμε όλο τον **πληθυσμό**. Το **δείγμα** (κίτρινο) είναι το τμήμα του πληθυσμού που έχουμε προσεγγίσει. Αν το δείγμα μας είναι σωστά επιλεγμένο, τα ευρήματά μας αντιπροσωπεύουν ολόκληρο τον πληθυσμό.



Σε μια έρευνα που έγινε σε μαθητές ηλικίας 12–14 ετών στην ερώτηση «πόσο συχνά πηγαίνετε στον κινηματογράφο;» 210 μαθητές (ποσοστό 70%) απάντησαν «μια φορά το μήνα». Πόσοι μαθητές ήταν το δείγμα της έρευνας;



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γιατί πρέπει να γίνονται συχνά έρευνες; Αλλάζουν οι συνήθειες των ανθρώπων;
- Πώς πρέπει να επιλέγεται το δείγμα ώστε να είναι αντιπροσωπευτικό;