

Κεφάλαιο 37ο

Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Πάιρνοντας αποφάσεις!



Διακρίνω αν δύο ποσά είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα.
Λύνω προβλήματα με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα.
Λύνω προβλήματα με τη μέθοδο των ίσων γινομένων.



Δραστηριότητα 1η

Το πρόγραμμα της παιδικής κατασκήνωσης προβλέπει ότι τα παιδιά θα τρώνε ένα παγωτό την ημέρα. Ο υπεύθυνος για το πρόγραμμα διατροφής της κατασκήνωσης, προμηθεύτηκε τόσα παγωτά, ώστε να επαρκέσουν για **20 ημέρες** για τους **15 μαθητές** που θα φιλοξενούσε η κατασκήνωση. Αν έρθουν **25 μαθητές** για **πόσες ημέρες** θα έχουν παγωτό;

- Μπορώ να βρω εύκολα για πόσες ημέρες θα έχουν παγωτό τα 25 παιδιά; **είναι δύσκολο**.....
- Αν στην κατασκήνωση, αντί για 15 παιδιά, πήγαινε **μόνο 1 παιδί**, μπορώ να υπολογίσω για πόσες μέρες θα είχε παγωτά (αν έτρωγε ένα την ημέρα); $1 \cdot 20 = 20$ **παγωτά**
- Με τον τρόπο αυτό βρίσκω πόσα είναι τα παγωτά. Στη συνέχεια μπορώ να βρω για πόσες ημέρες θα επαρκέσουν για τους 25 μαθητές. $20 \cdot 15 = 300$ $300 : 25 = 12$ **ημέρες**
- **Κάνω τις πράξεις:** Αφού προβλεπόταν 15 παιδιά να έχουν παγωτά για 20 μέρες, **1 παιδί** θα έχει παγωτά για **300 ημέρες**... Άρα τα παγωτά είναι **300**.....

Όμως τα παιδιά είναι 25 και **θα μοιραστούν** τα παγωτά.

Έτσι θα έχουν παγωτά για $300 : 25 = 12$ **ημέρες**.....



Δραστηριότητα 2η

- Στο ίδιο πρόβλημα εργάζομαι με άλλο τρόπο:
- Βρίσκω τα ποσά. Μπορείς να τα ονομάσεις;
- Συμπλήρωσε τα ποσά και τις αντίστοιχες τιμές που μας δίνει το πρόβλημα.

Την άγνωστη τιμή τη συμβολίζω με x .

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
αριθμός μαθητών	15	25
αριθμός ημερών	20	x

Εξετάζω τη σχέση ανάμεσα στα ποσά **αριθμός μαθητών** και **αριθμός ημερών** (δηλαδή όταν οι μαθητές γίνουν περισσότεροι, τα παγωτά επαρκούν για περισσότερες ή για λιγότερες ημέρες;) Διακρίνω, ότι τα ποσά **αριθμός μαθητών** και **αριθμός ημερών** είναι μεταξύ τους **αντιστρόφως ανάλογα**.....

Τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών τους είναι **ίσα**.....

Δηλαδή: $15 \cdot 20 = 25 \cdot x$

- Μπορείς τώρα να βρεις τον άγνωστο όρο αυτής της ισότητας;

$$25 \cdot x = 300$$

$$x = 300 : 25$$

$$x = 12 \text{ ημέρες}$$

Από τις παραπάνω δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι μπορούμε να βρούμε την άγνωστη τιμή σε ένα πρόβλημα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά με δύο τρόπους:

Παραδείγματα

α) Με αναγωγή στη μονάδα

Η διαδικασία με την οποία σε ένα πρόβλημα με ποσά αντιστρόφως ανάλογα, βρίσκω πρώτα την τιμή της μιας μονάδας (με πολλαπλασιασμό) και στη συνέχεια διαιρώντας βρίσκω την άγνωστη τιμή, λέγεται **αναγωγή στη μονάδα**.

Οι 3 εργάτες τελειώνουν ένα έργο σε 20 ημέρες. Σε πόσες ημέρες τελειώνουν το ίδιο έργο οι 10 εργάτες;

Λύση

Οι 3 εργάτες τελειώνουν το έργο σε 20 ημέρες.

Ο 1 εργάτης τελειώνει το έργο σε $20 \cdot 3 = 60$ ημέρες

Οι 10 εργάτες τελειώνουν το έργο σε $60 : 10 = 6$ ημέρες

β) Σχηματίζοντας πίνακα ποσών και τιμών

Εργάζομαι ως εξής:

- ❖ Φτιάχνω τον πίνακα ποσών και τιμών.
- ❖ Εξετάζω αν τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα.
- ❖ Χρησιμοποιώ μεταβλητή για την άγνωστη τιμή.
- ❖ Σχηματίζω την εξίσωση που δημιουργείται από τα ίσα γινόμενα των τιμών.
- ❖ Βρίσκω τον άγνωστο όρο, λύνοντας την εξίσωση.

Στο προηγούμενο παράδειγμα εργαζόμαστε με πίνακα. Φτιάχνουμε τον πίνακα ποσών και τιμών:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Αριθμός εργατών	3	10
Ημέρες εργασίας	20	x

Τα ποσά **αριθμός εργατών** και **ημέρες εργασίας** είναι **αντιστρόφως ανάλογα** (ο διπλάσιος αριθμός εργατών τελειώνει το έργο στις μισές μέρες).

Άρα τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών είναι ίσα.

Σχηματίζω τα γινόμενα και βρίσκω τον άγνωστο όρο.

$$10 \cdot x = 20 \cdot 3$$

$$10 \cdot x = 60 \quad \text{επομένως } x = 60 : 10 \quad \text{Άρα } x = 6 \text{ ημέρες}$$



Εφαρμογή

Τα 12 λεωφορεία για τη μεταφορά των μαθητών κάνουν 2 δρομολόγια. Τα 4 λεωφορεία χάλασαν. Πόσα δρομολόγια θα κάνουν τα 8 λεωφορεία που έμειναν;

Λύση:

α) με αναγωγή στη μονάδα: Τα 12 λεωφορεία κάνουν 2 δρομολόγια

Το 1 λεωφορείο θα έκανε $12 \cdot 2 = 24$ δρομολόγια

Τα 8 λεωφορεία θα κάνουν $24 : 8 = 3$ δρομολόγια

β) με πίνακα τιμών:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Αριθμός λεωφορείων	12	8
Δρομολόγια	2	x

Σχηματίζω την εξίσωση των ίσων γινόμενων: $8 \cdot x = 12 \cdot 2$

και τη λύνω $8 \cdot x = 24$ επομένως $x = \frac{24}{8} = 3$ Άρα $x = 3$

Απάντηση: Τα 8 λεωφορεία θα κάνουν 3 δρομολόγια.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **αναγωγή στη μονάδα σε ποσά αντιστρόφως ανάλογα**. Μπορείς να τον εξηγήσεις με δικά σου παραδείγματα;

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Αναγωγή στη μονάδα σημαίνει: βρίσκω την τιμή του ενός.
- ❖ Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά τα σταυρωτά γινόμενα είναι ίσα.
- ❖ Τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά έχουν πάντα ίσους λόγους.

Σωστό **Λάθος**

-
-
-
-
-
-



Κεφάλαιο 37ο

Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Παίρνοντας αποφάσεις!



Πρόβλημα 1ο

Στο τέλος της εβδομάδας το κυλικείο του σχολείου συγκέντρωσε στο ταμείο του 460 χαρτονομίσματα των 5 € και θέλει να τα ανταλλάξει στην τράπεζα με χαρτονομίσματα των 20 €. Πόσα χαρτονομίσματα των 20 € θα πάρει;

Λύση

$$460 \cdot 5 = 2.300 \text{ ευρώ}$$

$$20 \cdot \chi = 2.300$$

$$\chi = 2.300 : 20$$

$$\chi = 115 \text{ χαρτονομίσματα}$$

Απάντηση:

χαρτονομίσματα	460	χ
ευρώ	5	20



Πρόβλημα 2ο

Τα παιδιά της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου Λίνδου συγκεντρώνουν χρήματα για να εμπλουτίσουν τη σχολική τους βιβλιοθήκη. Υπολόγισαν πως για να συγκεντρώσουν το ποσό που θέλουν πρέπει να αποταμιεύουν για 15 ημέρες 45 € κάθε μέρα. Τι ποσό πρέπει να αποταμιεύουν κάθε μέρα για να συγκεντρώσουν το ποσό σε 30 ημέρες;

Λύση

$$15 \cdot 45 = 675 \text{ ευρώ}$$

$$30 \cdot \chi = 675$$

$$\chi = 675 : 30$$

$$\chi = 22,5 \text{ ευρώ την ημέρα}$$

Απάντηση:

μέρες	15	30
ευρώ	45	χ



Πρόβλημα 3ο

Η ενορία των Αγίων Πάντων Θεσσαλονίκης αποφάσισε να βοηθήσει 15 άπορες οικογένειες δίνοντας 750 € στην καθεμία για να περάσουν τις γιορτές του Πάσχα. Λίγο πριν από τις γιορτές όμως στην ενορία έμαθαν πως υπάρχουν άλλες 10 οικογένειες που χρειάζονται βοήθεια. Αν τα χρήματα μοιραστούν σε όλες τις άπορες οικογένειες, τι ποσό θα πάρει η καθεμία;

Λύση

$$15 \cdot 750 = 11.250 \text{ ευρώ}$$

$$10 + 15 = 25 \text{ οικογένειες}$$

$$11.250 : 25 = 450 \text{ ευρώ η κάθε μία}$$

Απάντηση:

$$10 + 15 = 25 \text{ οικογένειες}$$

οικογένειες	15	25
χρήματα	750	χ

$$25 \cdot \chi = 11.250$$

$$\chi = 11.250 : 25$$

$$\chi = 450 \text{ ευρώ για κάθε οικογένεια}$$



Πρόβλημα 4ο

Στην καλοκαιρινή κατασκήνωση των 20 ημερών το πρόγραμμα διατροφής προβλέπει για 15 ημέρες τα παιδιά μετά το φαγητό τους να τρώνε 160 γραμμάρια γλυκό το καθένα. Πόσα γραμμάρια γλυκού θα πρέπει να καταναλώνει κάθε παιδί ώστε να έχουν γλυκό για όλες τις ημέρες της κατασκήνωσης;

Λύση

$$15 \cdot 160 = 2.400 \text{ γραμμάρια}$$
$$2.400 : 20 = 120 \text{ γραμ.}$$

ημέρες	15	20
γραμμάρια	160	x

$$20 \cdot x = 2.400$$

$$x = 2.400 : 20$$

$$x = 120 \text{ γραμ. γλυκό}$$

Απάντηση:



Πρόβλημα 5ο

Με τα χρήματα που είχε ένας φοιτητής μπορούσε να περάσει 30 ημέρες αν ξόδευε 15 € την ημέρα. Πόσο πρέπει να ξοδεύει την ημέρα, ώστε να επαρκέσουν τα χρήματά του για 45 ημέρες;

Λύση

$$30 \cdot 15 = 450 \text{ ευρώ}$$
$$450 : 45 = 10 \text{ ευρώ}$$

ημέρες	30	45
χρήματα	15	x

$$x \cdot 45 = 15 \cdot 30$$

$$x \cdot 45 = 450$$

$$x = 450 : 45$$

$$x = 10 \text{ ευρώ την ημέρα}$$

Απάντηση:



Γράψε ένα δικό σου πρόβλημα χρησιμοποιώντας το A ή το B

- α) Δυο γερανοί ξεφορτώνουν ένα πλοίο σε τρεις ώρες...
- β) Ένας ποδηλάτης τρέχοντας με 15 χμ. την ώρα χρειάζεται μισή ώρα για να διανύσει μια απόσταση. Ένας πεζός...

