

Αναλογία; «Χιαστί» θα βρω το x!

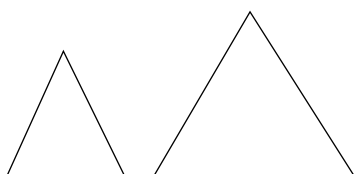


Βρίσκω τη σχέση των όρων της αναλογίας.
Υπολογίζω τον άγνωστο όρο της αναλογίας.



Δραστηριότητα 1η

- Συμπλήρωσε τους αριθμούς του πίνακα:



Πλευρά ισόπλευρου τριγώνου	1	2
Περίμετρος τριγώνου	3	6

- Σύγκρινε τους δύο λόγους.
- Πώς προκύπτει ο δεύτερος λόγος από τον πρώτο;
- Πολλαπλασίασε τους αριθμούς που βρίσκονται στο ίδιο χρώμα.
- Σύγκρινε τα δύο γινόμενα που βρήκες. Τι παρατηρείς;



Δραστηριότητα 2η

Τρεις μήνες σύνδεση στο Internet κοστίζουν 27€. Οι δώδεκα μήνες κοστίζουν 108... €.

- Συμπλήρωσε τον αριθμό στον πίνακα:



Διάρκεια σύνδεσης	3	12
Κόστος	27	108



- Μπορείς εύκολα να συγκρίνεις τους δύο λόγους;
- Δοκίμασε τη μέθοδο του πολλαπλασιασμού χιαστί.

.....

- Τι παρατηρείς για τα δύο γινόμενα;

.....

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε:

Σταυρωτά γινόμενα

Πολλαπλασιάζοντας «χιαστί» τους όρους μιας αναλογίας τα γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα. Τα γινόμενα αυτά λέγονται **σταυρωτά γινόμενα**.

Παραδείγματα

Στην αναλογία $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ τα σταυρωτά γινόμενα

είναι: $4 \cdot 3 = 12$

$6 \cdot 2 = 12$



Εφαρμογή 1η

Ένας φούρναρης ανακάτεψε 36 κιλά αλεύρι σιταριού με 12 κιλά αλεύρι καλαμποκιού για να φτιάξει ψωμί ανάμεικτο. Την επόμενη μέρα, για να κάνει περισσότερα ψωμιά, ανακάτεψε 54 κιλά αλεύρι σιταριού με 18 κιλά αλεύρι καλαμποκιού.

Το ανάμεικτο ψωμί είχε την ίδια αναλογία συστατικών τις δύο μέρες;

Λύση:

Σχηματίζω τους λόγους: $\frac{\text{αλεύρι σιταριού}}{\text{αλεύρι καλαμποκιού}}$ είναι τη μια μέρα $\frac{36}{12}$ και την άλλη $\frac{54}{18}$.

Για να διαπιστώσω αν υπάρχει αναλογία σχηματίζω τα σταυρωτά γινόμενα:

$$36 \cdot 18 = \mathbf{648} \quad \text{και} \quad 12 \cdot 54 = \mathbf{648}$$

Διαπίστωσα ότι είναι ίσα. Άρα $\frac{36}{12} = \frac{54}{18}$, δηλαδή οι λόγοι αποτελούν αναλογία.

Απάντηση: Το ανάμεικτο ψωμί και των δύο ημερών έχει την ίδια αναλογία συστατικών.



Εφαρμογή 2η

Για να φτιάξουμε καρυδόπιτα χρειαζόμαστε 12 αυγά και 8 κούπες ζάχαρη. Αν έχουμε μόνο 9 αυγά, πόσες κούπες ζάχαρη πρέπει να βάλουμε για να έχει το γλυκό την ίδια αναλογία;

Λύση:

Για να σχηματίσω αναλογία, πρέπει να έχω δύο ίσους λόγους. Ο λόγος $\frac{\text{αυγά}}{\text{ζάχαρη}}$ στη συνταγή είναι $\frac{12}{8}$. Αφού η ποσότητα της ζάχαρης είναι άγνωστη, τη συμβολίζω με x . Άρα ο λόγος των αυγών που έχω προς τη ζάχαρη που χρειάζομαι είναι $\frac{9}{x}$.

1. Σχηματίζω την αναλογία:

$$\frac{12}{8} = \frac{9}{x}$$

2. Εφαρμόζω τα σταυρωτά γινόμενα: $12 \cdot x = 8 \cdot 9$

3. Κάνω τον πολλαπλασιασμό: $12 \cdot x = \mathbf{72}$

4. Λύνω την εξίσωση: $x = \mathbf{72 : 12}$ Άρα $x = \mathbf{6}$.

Απάντηση: Πρέπει να βάλουμε $\mathbf{6}$ κούπες ζάχαρη.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τον όρο **σταυρωτά γινόμενα**. Μπορείς να τον εξηγήσεις με δικά σου παραδείγματα;

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Δύο λόγοι αποτελούν αναλογία αν τα σταυρωτά γινόμενα είναι ίσα.

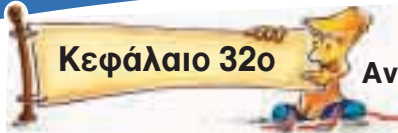
❖ Σε δύο λόγους πάντοτε τα σταυρωτά γινόμενα είναι ίσα.

Σωστό



Λάθος





Αναλογία; «Χιαστί» θα βρω το x!

Άσκηση 1η

Να εξετάσεις με τα σταυρωτά γινόμενα, όπου υπάρχει αναλογία και να βάλεις το σύμβολο της ισότητας (=).

$$\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$$

$$\frac{8}{7} = \frac{16}{14}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{4}{8}$$

$$1 \cdot 30 = 30$$

$$8 \cdot 14 = 112$$

$$5 \cdot 8 = 40$$

$$3 \cdot 10 = 30$$

$$7 \cdot 16 = 112$$

$$4 \cdot 9 = 36$$



Άσκηση 2η

Να συμπληρώσεις τα κενά με τους κατάλληλους αριθμούς ώστε οι λόγοι να αποτελούν αναλογίες.

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{18}{20}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$$

$$8 \cdot a = 4 \cdot 6$$

$$8 \cdot a = 24$$

$$a = 3$$

$$\frac{6}{24} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$$



Πρόβλημα 1ο

Μετά την εκδρομή στη θάλασσα τα παιδιά της Στ' τάξης έφεραν 5 λίτρα θαλασσινό νερό για να παρατηρήσουν τη διαδικασία της εξάτμισης του νερού και την παραγωγή αλατιού. Πόσο αλάτι θα απομείνει μετά την εξάτμιση του νερού αν ο λόγος του αλατιού προς το θαλασσινό νερό είναι 2 προς 100;

Λύση

αλάτι	2	x
νερό	100	5

$$\frac{2}{100} = \frac{x}{5}$$

$$10 = 100 \cdot x$$

$$x = 0,1 \text{ λίτρο αλάτι}$$



Απάντηση: Θα απομείνει 0,1 λίτρο αλάτι.

Πρόβλημα 2ο

Τα παιδιά της Στ' τάξης ενός σχολείου της Βέροιας επισκέφθηκαν ένα εργοστάσιο κονσερβοποιίας. Τα παιδιά έμειναν στο εργοστάσιο 35 λεπτά. Πόσες κονσέρβες παράχθηκαν σ' αυτό το διάστημα αν ο λόγος κονσερβών ανά λεπτό είναι 90;

Λύση

κονσέρβες	90	χ
λεπτό	1	35

$$\frac{90}{1} = \frac{x}{35}$$

$$x = 90 \cdot 35$$

$$x = 3.150 \text{ κονσέρβες}$$

Απάντηση: Παράχθηκαν 3.150 κονσέρβες.



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Οι κλίμακες στο χάρτη»

Όργανα και υλικά που απαιτούνται:

Χάρτης της Ελλάδας, Χάρακας, υπολογιστής τσέπης.

Για να αποδώσουν οι σχεδιαστές και οι χαρτογράφοι ένα μεγάλο σχέδιο όπως είναι αυτό της χώρας μας σε ένα μικρό φύλλο χαρτιού πρέπει να το παρουσιάσουν σε σμίκρυνση. Αυτό σημαίνει πως ότι βλέπουμε στο χάρτη είναι πιστή απεικόνιση της πραγματικότητας, απλά μικρότερη. Το πόσο μικρότερη είναι η απεικόνιση από την πραγματικότητα μας το δίνει ένας λόγος που ονομάζεται κλίμακα και βρίσκεται συνήθως στην κάτω γωνία του χάρτη.

$$\text{Κλίμακα} = \frac{\text{Απόσταση στο χάρτη}}{\text{Πραγματική απόσταση}} \text{ (στην ίδια μονάδα μέτρησης)}$$

Για παράδειγμα, στο χάρτη της τάξης μας η κλίμακα είναι 1 : 500.000 δηλαδή 1 εκατοστό επάνω στο χάρτη στην πραγματικότητα είναι 500.000 εκατοστά ή 5.000 μέτρα.

Γνωρίζοντας λοιπόν ότι επάνω στο χάρτη με την κλίμακα όλες οι διαστάσεις μικραίνουν (ή μεγαλώνουν) με την ίδια αναλογία:

- α) μετρήστε στο χάρτη της τάξης σας την απόσταση ανάμεσα στις πόλεις Τρίκαλα και Καλαμπάκα και βρείτε την πραγματική απόσταση.

Λύση

απόσταση στο χάρτη	1	4
πραγματική απόσταση	500.000	α

$$a = 20 \text{ χιλιόμετρα}$$

Απάντηση:

- β) σχεδιάστε σε ένα φύλλο του μπλοκ ιχνογραφίας το δωμάτιό σας σε κλίμακα 1 προς 50.



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Τι χρειάζεται η κλίμακα στο χάρτη;
- Τι θα άλλαζε αν η κλίμακα του χάρτη ήταν διαφορετική;
- Συμβάλλουν τα Μαθηματικά στη χαρτογραφία;