

Κεφάλαιο 28ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

Ο άγνωστος πολλαπλασιάζεται!



Μελετώ τον τύπο του εμβαδού ως εξίσωση.
Σχηματίζω τις αντίστροφες πράξεις του πολλαπλασιασμού.
Λύνω εξισώσεις όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου.

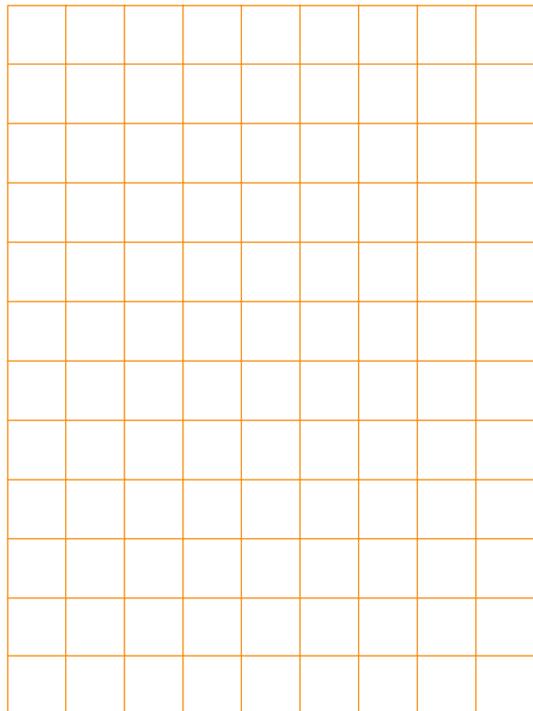
Δραστηριότητα 1η

Στο διπλανό πλαίσιο κάθε τετραγωνάκι είναι 1 τετραγωνικό εκατοστό. Με 3 διαφορετικά χρώματα, να σχεδιάσεις 3 διαφορετικά ορθογώνια με εμβαδό 24 τετραγωνικά εκατοστά το καθένα.

Μήκος	Πλάτος (εκ.)	Εμβαδό (τ.εκ.)
4	6	24
3	8	24
12	2	24
8	3	24
6	4	24

- Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με τα στοιχεία των ορθογωνίων που σχεδίασες (το πλάτος είναι οριζόντια):
- Τι παρατηρείς για τη σχέση του εμβαδού με το μήκος και το πλάτος; **εμβαδό = μήκος · πλάτος**
- Χρησιμοποιώντας μια μεταβλητή για το μήκος, μία για το πλάτος και μία για το εμβαδό, γράψε την εξίσωση που δείχνει πώς σχετίζονται το μήκος, το πλάτος και το εμβαδό σε ένα ορθογώνιο:

$$\epsilon = \mu \cdot \pi$$



Δραστηριότητα 2η

- Γνωρίζοντας το εμβαδό ενός ορθογωνίου και τη μία από τις δύο πλευρές του, γράψτε με ποιο τρόπο θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την άλλη πλευρά.

$$\epsilon = \mu \cdot \pi \quad \mu = \epsilon : \pi \quad \pi = \epsilon : \mu$$

- Γράψτε τις διαιρέσεις που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό: $5 \cdot 3 = 15$
 $5 \cdot 3 = 15 : 3$ και $3 \cdot 5 = 15 : 5$.
- Σε ένα ορθογώνιο το πλάτος είναι 3 εκατοστά και το εμβαδό 36 τ. εκ. Να σχηματίσετε την εξίσωση του εμβαδού και να βρείτε την τιμή του άγνωστου:
 $\mu = \epsilon : \pi$ $\mu = 36 : 3$ $\mu = 12$ εκατοστά

- Μπορείτε να διατυπώσετε και να γράψετε έναν κανόνα για τον τρόπο με τον οποίο βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου;

Κάνουμε διαίρεση του γινομένου με τον άλλο παράγοντα.



Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας βοηθούν να συμπεράνουμε:

Παραδείγματα

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

Όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου, για να λύσουμε την εξίσωση διαιρούμε το γινόμενο με τον άλλο παράγοντα.

Η λύση της εξίσωσης $x \cdot 5 = 20$ είναι: $x = 20 : 5$

Η ισορροπία της εξίσωσης διατηρείται αν διαιρέσω και τα δυο μέρη με τον ίδιο αριθμό.



Εφαρμογή 1η

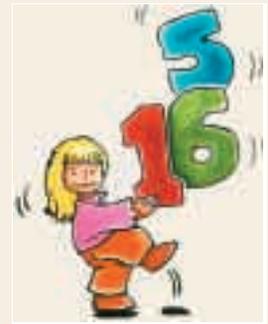
Η Μαργαρίτα πολλές φορές για να βοηθήσει τη θεία της και να βγάλει χαρτζιλίκι, προσέχει το μικρό ανιψάκι της. Πληρώνεται με 3 € την ώρα. Χρειάζεται να μαζέψει 165 €. Πόσες ώρες πρέπει να κρατήσει το παιδί;

Λύση

- ❖ Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των ωρών (ω) που πρέπει να κρατήσει το παιδί
- ❖ Γράφω την εξίσωση: $3 \cdot \omega = 165$
- ❖ Κάνω την αντίστροφη πράξη: $\omega = 165 : 3$. Άρα $\omega = 55$ ώρες
- ❖ Επαλήθευση: αντικαθιστώ τη μεταβλητή με την τιμή στην αρχική εξίσωση και κάνω την πράξη: $3 \cdot 55 = 165$

Απάντηση:

Πρέπει να κρατήσει το παιδί για 55 ώρες (!)



Εφαρμογή 2η

Ο Δημοσθένης ξέρει πως, όταν γράφει τις εργασίες του στον υπολογιστή, η σελίδα χωράει περίπου 250 λέξεις. Πρέπει να γράψει μια εργασία 1.500 λέξεων. Πόσες σελίδες θα είναι; Λύστε το πρόβλημα με εξίσωση.

Λύση

- ❖ Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των σελίδων που θα χρειαστούν. Την ονομάζω σ .
- ❖ Η εξίσωση είναι $250 \cdot \sigma = 1.500$.
- ❖ Κάνω την αντίστροφη πράξη: $\sigma = 1500 : 250$. Άρα $\sigma = 6$.
- ❖ Επαλήθευση: $250 \cdot 6 = 1.500$

Απάντηση:

Η εργασία θα είναι 6 σελίδες.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μάθαμε πώς να λύνουμε εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου. Δώσε ένα δικό σου παράδειγμα μιας τέτοιας εξίσωσης.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Η αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού είναι η διαίρεση.
- ❖ Η εξίσωση $a \cdot 10 = 10$ δεν έχει λύση.
- ❖ Η εξίσωση $6x = 18$ εκφράζει το εξής πρόβλημα: «Αγόρασα 6 περιοδικά και ξόδεψα x €. Κάθε περιοδικό κόστιζε 18 €. Πόσα € ξόδεψα;»

Σωστό



Λάθος



Κεφάλαιο 28ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου



Ο άγνωστος πολλαπλασιάζεται!

Άσκηση 1η

$$5 \cdot x = 4$$

$$x = 0,8$$

Να λύσεις τις εξισώσεις:

α) $3 \cdot x = 30$

β) $20 \cdot x = 2$

γ) ~~$5 \cdot x = 4$~~

δ) $3 \cdot x = 0,75$

$$x = 0,75 : 3 \quad x = 0,25$$

Λύση

$$x = 30 : 3 \\ x = 10$$

$$x = 2 : 20 \\ x = \frac{1}{10} \text{ ή } 0,1$$

$$x = 4 : 5 \\ x = \frac{4}{5} \text{ ή } 0,8$$



Άσκηση 2η

Να λύσεις τις εξισώσεις:

α) $18 \cdot x = 9$

β) $0,5 \cdot x = 54$

γ) $2,5 \cdot x = 24$

δ) $\frac{3}{4} \cdot x = 6$

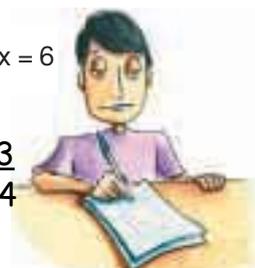
Λύση

$$x = 9 : 18 \\ x = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$x = 54 : 0,5 \\ x = 108$$

$$x = 24 : 2,5 \\ x = 9,6$$

$$x = 6 : \frac{3}{4}$$



$$x = 6 \cdot \frac{4}{3} \quad x = 8$$

Πρόβλημα 1ο

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 340 μέτρα το δευτερόλεπτο. Πόσος χρόνος θα περάσει από τη στιγμή που βλέπω την αστραπή μέχρι να ακούσω τη βροντή αν ο κεραυνός έπεσε 3.740 μέτρα μακριά από εμένα; (Να λυθεί με εξίσωση.)

Λύση

340 μέτρα το δευτερόλεπτο
3.740 μέτρα μακριά

$$340 \cdot \delta = 3.740$$

$$\delta = 3.740 : 340$$

$$\delta = 11 \text{ δευτερόλεπτα}$$

X : χρόνος πέρασε :



Απάντηση: Πέρασαν 11 δευτερόλεπτα.

Πρόβλημα 2ο

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα (ραδιοκύματα) με τα οποία γίνεται η ασύρματη επικοινωνία ταξιδεύουν με ταχύτητα 300.000 χιλιόμετρα το δευτερόλεπτο. Αν βρισκόμαστε στο διαστημικό κέντρο της NASA και ένας αστροναύτης είναι πάνω στο Φεγγάρι, πόσα δευτερόλεπτα θα περάσουν από τη στιγμή που θα του πούμε «καλημέρα» μέχρι να ακούσουμε την απάντησή του αν η απόσταση της σελήνης από τη γη είναι 450.000 χιλιόμετρα; (Να λυθεί με εξίσωση.)

Λύση

300.000 χλμ το δευτερόλεπτο
450.000 χλμ

$$450.000 + 450.000 = 900.000$$

$$300.000 \cdot \delta = 900.000$$

$$\delta = 900.000 : 300.000$$

X : δευτερόλεπτα θα περάσουν :

$$\delta = 3 \text{ δευτερόλεπτα}$$



Απάντηση: Θα περάσουν 3 δευτερόλεπτα.

Πρόβλημα 3ο

Ο Γιάννης, ο Νίκος και η Χριστίνα ανέλαβαν στο μάθημα των τεχνικών ναβάλουν κορνίζα στο ωραιότερο έργο της τάξης τους. Αν το έργο ήταν κανονικό εξάγωνο και χρειάστηκαν συνολικά 2,52 μέτρα κορνίζας, να βρείτε πόσο ήταν το μήκος κάθε πλευράς του έργου.

$$6 \cdot \chi = 2,52$$

$$\chi = 2,52 : 6$$

$$\chi = 0,42 \text{ μέτρα}$$

εξάγωνο **Λύση**
2,52 μέτρα κορνίζας

Χ ; είναι το μήκος κάθε πλευράς :

Απάντηση: Το μήκος κάθε πλευράς είναι 0,42 μέτρα.



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Τα οικονομικά αυτοκίνητα»

Η παγκόσμια αύξηση της θερμοκρασίας λόγω του φαινομένου του θερμοκηπίου, θεωρείται μία από τις πιο μεγάλες περιβαλλοντικές απειλές που αντιμετωπίζει ο κόσμος σήμερα. Όταν η βενζίνη, το πετρέλαιο ή άλλα καύσιμα καίγονται για να κινήσουν μια μηχανή, τα κύρια υποπροϊόντα είναι νερό και διοξείδιο του άνθρακα (CO₂). Τα αυτοκίνητα θεωρούνται πως έχουν μια σημαντική συμβολή στις εκπομπές του CO₂ ειδικά στις αστικές περιοχές. Τα παιδιά της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου Χορτιάτη θέλησαν να ερευνήσουν ποιο από τα τέσσερα μικρά αυτοκίνητα των δασκάλων τους καταναλώνει λιγότερα καύσιμα και επομένως συμμετέχει λιγότερο στο φαινόμενο του θερμοκηπίου. Για το λόγο αυτό ζήτησαν από τους δασκάλους τους να καταγράψουν σε μια εβδομάδα πόσα χιλιόμετρα έκαναν και πόσο πλήρωσαν για βενζίνη.

Συγκέντρωσαν τα στοιχεία και τα παρουσίασαν στον ακόλουθο πίνακα.

αα	Αυτοκίνητο	Μέγεθος κινητήρα	Χιλιόμετρα εβδομάδας	Κόστος ανά χιλιόμετρο	Κόστος βενζίνης (€)
1.	λευκό	995 κυβικά εκ.	350		16,3
2.	κόκκινο	698	320		17,23
3.	πράσινο	989	300		16,5
4.	μαύρο	1061	290		16,3

Η απευθείας σύγκριση, όμως, δεν ήταν εύκολη γιατί τα τέσσερα αυτοκίνητα έκαναν διαφορετικό αριθμό χιλιομέτρων και ξόδεψαν διαφορετικά χρηματικά ποσά για βενζίνη. Για να συγκρίνουν ποιο αυτοκίνητο καταναλώνει λιγότερη βενζίνη θα έπρεπε να υπολογίσουν το κόστος ανά χιλιόμετρο. Μπορείτε με μια εξίσωση για κάθε αυτοκίνητο να το υπολογίσετε και να συμπληρώσετε τον πίνακα;

α) $350 \cdot \lambda = 16,3$ (συνέχισε)

β) $320 \cdot \kappa =$

γ)

δ)

- Με βάση τα νέα στοιχεία μπορούμε να πούμε ποιο είναι το πιο οικονομικό αυτοκίνητο από τα τέσσερα;
- Μπορείτε να κάνετε την ίδια έρευνα και να συμπληρώσετε έναν παρόμοιο πίνακα για τα αυτοκίνητα των δασκάλων ή των συγγενών σας, αρκεί να συγκρίνετε αυτοκίνητα με το ίδιο ή παρόμοιο μέγεθος κινητήρα.

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Είναι αρκετά τα στοιχεία που συγκέντρωσαν τα παιδιά για να καταλήξουμε σε ασφαλή συμπεράσματα για την κατανάλωση κάθε αυτοκινήτου;
- Ποιοί άλλοι παράγοντες πρέπει να συνυπολογιστούν στην κατανάλωση κάθε αυτοκινήτου εκτός από το μέγεθος του κινητήρα;

