

Κεφάλαιο 27ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Μαθηματικά σε κίνηση!



Σχηματίζω την εξίσωση ενός προβλήματος.
Χρησιμοποιώ τις αντίστροφες πράξεις της αφαίρεσης
για να λύσω μια εξίσωση.



Δραστηριότητα 1η

Στη διπλανή ζυγαριά από έναν άγνωστο αριθμό κύβων (κ) αφαιρώ 4 κύβους και η ζυγαριά ισορροπεί.

- Γράψε την εξίσωση που περιγράφει αυτή την ισορροπία:

$$\kappa - 4 = 20$$

- Κατόπιν προσθέτω 4 κύβους σε κάθε πλευρά.

- Εξήγησε: Γιατί η ζυγαριά συνεχίζει να ισορροπεί;

$$\kappa - 4 + 4 = 20 + 4$$

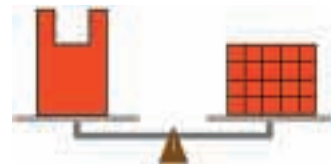
- Αρχικά στον αριστερό δίσκο είχαμε $\kappa - 4$ κύβους. Τώρα πόσους έχουμε;

- Γράψε την ισότητα που περιγράφει τώρα την ισορροπία

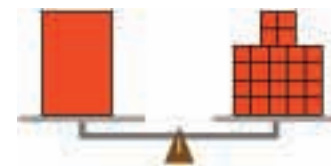
$$\kappa = 24$$

- Παρατηρώντας τις αλλαγές που έγιναν, μπορείς να διατυπώσεις έναν κανόνα για τον τρόπο που βρίσκουμε τη λύση όταν ο άγνωστος της εξίσωσης είναι μειωτέος;

Για να βρω το μειωτέο κ , προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο.



κ



Δραστηριότητα 2η

Οι 53 αθλητές του σχολείου ανέβηκαν στο λεωφορείο που θα τους μετέφερε στο στάδιο. Τα αγόρια κατέβηκαν στην κεντρική είσοδο. Το λεωφορείο στη συνέχεια μετέφερε τις 18 αθλήτριες σε άλλη είσοδο στην άλλη πλευρά του σταδίου. Πόσα ήταν τα αγόρια;

- Χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή (α) γράψε την εξίσωση που εκφράζει το πρόβλημα:

$$53 - \alpha = 18 \quad \alpha = 53 - 18 \quad \alpha = 35$$

- Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η **μετάβαση** στο στάδιο και η **επιστροφή** των παιδιών.

- Παρατήρησε τη σχέση που έχει το σύνολο των παιδιών (53) με τον αριθμό των αγοριών και των κοριτσιών και απάντησε στην ερώτηση:

Τι θα κάνεις για να βρεις πόσα είναι τα αγόρια;

$$\alpha = 53 - 18$$

- Υπολόγισε την τιμή του άγνωστου στην εξίσωση που έγραψες:

$$\alpha = 35$$

- Μπορείς να διατυπώσεις και να γράψεις έναν κανόνα για τον τρόπο με τον οποίο βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης όταν ο άγνωστος είναι αφαιρετέος;

Όταν ο άγνωστος είναι αφαιρετέος, αφαιρούμε τη διαφορά από το μειωτέο.

- Γράψε την εξίσωση που εκφράζει την **επιστροφή των παιδιών** και υπολόγισε την τιμή του άγνωστου:

$$18 + \alpha = 53 \quad \alpha = 35$$



Ολοκληρώνοντας τις προηγούμενες δραστηριότητες διαπιστώνουμε ότι:

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι μειωτέος

Όταν ο άγνωστος είναι ο **μειωτέος**, για να λύσω την εξίσωση προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο.

Παραδείγματα

Η λύση της εξίσωσης $x - 5 = 12$ είναι: $x = 12 + 5$

Εξίσωση στην οποία ο άγνωστος είναι αφαιρετέος

Όταν ο άγνωστος είναι ο **αφαιρετέος**, για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από τον μειωτέο τη διαφορά.

Η λύση της εξίσωσης $18 - x = 7$ είναι: $x = 18 - 7$

Η ισορροπία της εξίσωσης διατηρείται αν προσθέσω και στα δυο μέρη τον ίδιο αριθμό.



Εφαρμογή 1η Σχηματίζω και λύνω εξισώσεις

Η Δήμητρα πριν φύγει για το μάθημα της Μουσικής, πήρε από το πορτοφόλι της βιαστικά μερικά κέρματα και πήγε στο βιβλιοπωλείο. Αγόρασε ένα τετράδιο πενταγράμμου που έκανε 2,90 € και ένα ντοσιέ για τα φύλλα των ασκήσεων που έκανε 3,50 €. Όταν γύρισε είδε ότι είχε στην τσέπη της 2,30 €. Προσπάθησε να σχηματίσεις την εξίσωση και να υπολογίσεις πόσα χρήματα είχε πάρει από το πορτοφόλι.



Λύση Ονομάζω x την άγνωστη τιμή (τα χρήματα που πήρε).

α' τρόπος: Σχηματίζω την εξίσωση: $x - (2,90 + 3,50) = 2,30$.

Κάνω πρώτα την πράξη στην παρένθεση: $x - 6,40 = 2,30$.

Για να λύσω την εξίσωση, προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο:

$x = 2,30 + 6,40$. Άρα $x = 8,70$. Επαληθεύω την εξίσωση: $8,70 - (2,90 + 3,50) = 2,30$

Απάντηση: Είχε πάρει 8,70 € από το πορτοφόλι της.

β' τρόπος: $x - 2,30 = 2,90 + 3,50$ $x = 2,90 + 3,50 + 2,30$ $x = 8,70$ ευρώ

γ' τρόπος: $x = 2,90 + 3,50 + 2,30$ $x = 8,70$ ευρώ

Εφαρμογή 2η Πόσα χρήματα του έπεσαν;

Ο Αριστοτέλης ξεκίνησε για το σχολείο με 1,20 € στην τσέπη του. Όταν έφτασε στο σχολείο, διαπίστωσε ότι η τσέπη του ήταν τρύπια και του είχαν μείνει μόνο 85 λεπτά. Πόσα χρήματα του έπεσαν στο δρόμο; Να εκφράσεις με μια εξίσωση το πρόβλημα του Αριστοτέλη και μετά να το λύσεις.



Λύση

Άγνωστη τιμή είναι τα λεπτά που έχασε ο Αριστοτέλης. Την ονομάζω λ .

Με βάση το πρόβλημα σχηματίζω την εξίσωση: $1,20 - \lambda = 0,85$.

Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από τον μειωτέο τη διαφορά:

$\lambda = 1,20 - 0,85$. Άρα $\lambda = 0,35$. Επαληθεύω την εξίσωση: $1,20 - 0,35 = 0,85$

Απάντηση: Του έπεσαν 35 λεπτά.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μάθαμε να βρίσκουμε τον άγνωστο όταν είναι **μειωτέος** ή **αφαιρετέος** σε μια εξίσωση. Παρουσίασε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- | | Σωστό | Λάθος |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ❖ Για να κάνω επαληθευση, αντικαθιστώ τη μεταβλητή με την τιμή της. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ❖ Για να «ισορροπήσουν» τα δυο μέρη μιας εξίσωσης αρκεί να προσθέσω ή να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό και από τα δυο μέρη. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ❖ Οι εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος λύνονται με μια πρόσθεση. | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

Κεφάλαιο 27ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Μαθηματικά σε κίνηση!



Άσκηση 1η

Να συμπληρώσεις στα τους αριθμούς που λείπουν.

α)

3	+	2	=	5
3	=	5	-	2
2	=	5	-	3
5	=	2	+	3

β)

43	-	12	=	31
43	=	31	+	12
12	=	43	-	31
31	=	43	-	12

γ)

63	+	33	=	96
33	=	96	-	63
96	=	33	+	63
63	=	96	-	33

Άσκηση 2η

Να γράψεις τις αντίστροφες πράξεις στην παρακάτω αφαίρεση. Στη συνέχεια να γράψεις ξανά τις ίδιες πράξεις στο β) αντικαθιστώντας τον αριθμό 9 με το γράμμα x και στο γ) αντικαθιστώντας τον αριθμό 6 με ψ.

α)

6	=	9	-	3
9	=	6	+	3
3	=	9	-	6

β)

6	=	x	-	3
x	=	6	+	3
3	=	x	-	6

γ)

ψ	=	9	-	3
9	=	ψ	+	3
3	=	9	-	ψ

Πρόβλημα 1ο

Από τα CD που είχε ο Παύλος, έστειλε 3 στον εξάδελφό του στο εξωτερικό και δάνεισε 4 στο φίλο του τον Χρήστο και 2 στην Ειρήνη. Έμεινε έτσι με 28 CD. Να κάνεις την εξίσωση και να υπολογίσεις πόσα είχε αρχικά.

Λύση

3 CD στους εξάδελφο
4 CD στο Χρήστο
2 CD στην Ειρήνη
έμειναν 28 CD
X : είχε αρχικά :

$$x - (3 + 4 + 2) = 28$$

$$x - 9 = 28$$

$$x = 28 + 9$$

$$x = 37 \text{ CD}$$



Απάντηση: Αρχικά είχε 37 CD

Πρόβλημα 2ο

Ανοιξαμε τη σακούλα με τα χρωματιστά καραμελάκια και αρχίσαμε να τρώμε η αδελφή μου και εγώ. Εκείνη έφαγε 12, εγώ έφαγα τα διπλάσια από την αδελφή μου και περισσεψαν άλλα 40. Πόσα είχε αρχικά η σακούλα;

Λύση

έφαγε 12
έφαγα διπλάσια
περίσσεψαν 40
X : είχε αρχικά η σακούλα :

$$x - (12 + 2 \cdot 12) = 40$$

$$x - (12 + 24) = 40$$

$$x - 36 = 40$$

$$x = 40 + 36$$

$$x = 76 \text{ καραμελάκια}$$



Απάντηση: Η σακούλα είχε αρχικά 76 καραμελάκια.

Πρόβλημα 3ο

Να εξετάσετε αν ο αριθμός 15 είναι η λύση της εξίσωσης $32 - x = 17$.

Μπορείτε να παραστήσετε (και να περιγράψετε) με τη βοήθεια της ζυγαριάς την εξίσωση και τη λύση της;

Λύση

$$32 - x = 17$$

$$x = 32 - 17$$

$$x = 15$$



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Ο θησαυρός των πειρατών»

Το 1796 οι πειρατές επιτέθηκαν στα πλοία που έφεραν χρυσό από τον νέο κόσμο και τα λεηλάτησαν. Ύστερα, όπως συνήθιζαν εκείνα τα χρόνια, έκρυψαν το θησαυρό και σημείωσαν τη θέση του σε έναν χάρτη.

Πρόσφατα ανακαλύφθηκε ένας χάρτης θησαυρού του διάσημου μαθηματικού-πειρατή καπετάν Κουμπάσου.

Ο καπετάν Κουμπάσος ήξερε καλά δυο πράγματα: πρώτον ότι οι περισσότεροι άνθρωποι της εποχής του δεν μπορούσαν να λύσουν μια εξίσωση με έναν άγνωστο και δεύτερον, ότι τα περισσότερα νησιά της Μεσογείου βρίσκονται στο Αιγαίο πέλαγος.

Όταν ήθελε λοιπόν να γράψει έναν αριθμό πάνω στο χάρτη, που να μπορεί να διαβάσει μόνο εκείνος, έγραφε μια εξίσωση, και όταν ήθελε να κρυφτεί από αυτούς που τον έψαχναν ερχόταν στο Αιγαίο.

Με τον τρόπο αυτό, σχεδίασε το χάρτη που δείχνει το νησί στο οποίο έκρυψε το θησαυρό του. Πάνω στο χάρτη έγραψε δύο εξισώσεις που μαρτυρούν το γεωγραφικό πλάτος του νησιού (την απόσταση από τον ισημερινό) και το γεωγραφικό μήκος του (την απόσταση του νησιού από τον 1ο μεσημβρινό).

Αν το **B** δείχνει το γεωγραφικό πλάτος και το **a** το γεωγραφικό μήκος να υπολογίσεις το **B** και το **a**

(τα δυο πρώτα ψηφία του αριθμού εκφράζουν τις μοίρες και τα δυο τελευταία εκφράζουν τα πρώτα λεπτά)



.....

.....

.....

.....

Γνωρίζοντας ότι το γεωγραφικό πλάτος που βρήκες είναι βόρειο (επάνω από τον ισημερινό) και το γεωγραφικό μήκος ανατολικά από τον 1ο μεσημβρινό ο οποίος περνάει από το Γκρίνουιτς της Αγγλίας δοκίμασε τα εξής:

- Ψάξε την υδρόγειο και το χάρτη για να εντοπίσεις σε ποιο νησί είναι ο θησαυρός (με τη βοήθεια του δασκάλου).
- Μπορείς να μαντέψεις τι σημαίνουν τα σημάδια στην πάνω δεξιά γωνία του χάρτη;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση



- Χρειάζονταν τα μαθηματικά για τη ναυσιπλοΐα εκείνη την εποχή;
- Γιατί υπήρχαν πειρατές εκείνη την εποχή;
- Τι άλλαξε στις μεταφορές των εμπορευμάτων από τότε μέχρι σήμερα;