

Κεφάλαιο 26ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός

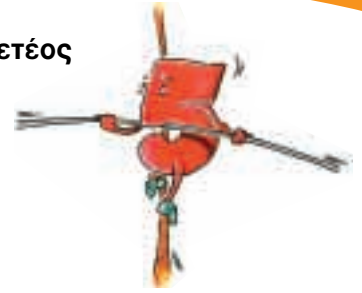
Μαθαίνω να ισορροπώ!



Σχηματίζω την εξίσωση ενός προβλήματος.

Λύνω μια εξίσωση με δοκιμές και έλεγχο.

Λύνω μια εξίσωση χρησιμοποιώντας την αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης.



Δραστηριότητα 1η

Η Δέσποινα πήγε στο σχολείο με μερικά ψιλά στην τσέπη της. Στο δρόμο βρήκε 23 λεπτά. Όταν έφτασε στο σχολείο και μέτρησε τα λεφτά της είδε ότι είχε 1,13 €. Πόσα χρήματα είχε άραγε όταν έφυγε από το σπίτι;

- Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή για να συμβολίσεις το ποσό που μας ζητάει να βρούμε.

έστω ότι είχε ψ χρήματα.....

- Μπορείς με τη βοήθεια της μεταβλητής που επέλεξες και τα ποσά που ήδη γνωρίζεις να εκφράσεις με μια ισότητα την κατάσταση που περιγράφει το πρόβλημα;

$$\psi + 0,23 = 1,13$$



- Γράψε την ισότητα: $\psi + 0,23 = 1,13$ $\psi = 1,13 - 0,23$ $\psi = 0,90$ ευρώ

- Οι φίλοι της Δέσποινας διαφωνούν για τα λεπτά που είχε στην τσέπη της. Ο Ανδρέας λέει ότι ήταν 80, η Ειρήνη 85, ο Χρήστος 90 και η Πόπη 95 λεπτά. Ποιος έχει δίκιο και γιατί;

Δραστηριότητα 2η

Η Μαρία αγόρασε στις διακοπές της ένα καλοκαιρινό μπλουζάκι που κόστιζε 12,50 € και ζήτησε από το κατάστημα να προσθέσουν επάνω μια σιδερότυπη στάμπα με το όνομά της. Στο τέλος πλήρωσε 18,40 €. Πόσο στοιχίζει η στάμπα;

- Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή για να συμβολίσεις το ποσό που μας ζητάει να βρούμε, και σχημάτισε την ισότητα με τα στοιχεία του προβλήματος:

$$12,50 + \sigma = 18,40$$

- Αν η Μαρία μετανιώσει για τη στάμπα που πρόσθεσε στο μπλουζάκι της μπορεί να αναρτήσει αυτή τη διαδικασία; **Ναι**.....

- Οι ενέργειες που αναιρούν η μία την άλλη λέγονται **αντίστροφες**.....

Γράψε τις αντίστροφες στις πιο κάτω ενέργειες:

Ανεβαίνω **κατεβαίνω**..... Προσθέτω **αφαιρώ**.....

- Στα μαθηματικά αναιρείται η πρόσθεση; **Ναι**.....

- Αν ναι με ποιον τρόπο; **Κάνοντας αφαίρεση**.....

- Με βάση τις αντίστροφες πράξεις γράψε τις αφαιρέσεις που προκύπτουν από μια πρόσθεση, για παράδειγμα: $5 + 3 = 8$

$$8 - 3 = 5 \quad \text{και} \quad 8 - 5 = 3$$

- Εφαρμόζοντας τις αντίστροφες πράξεις, τι θα κάνεις για να βρεις τον άγνωστο προσθετέο στην ισότητα που έγραψες για το πρόβλημα;

$$12,50 + \sigma = 18,40$$

$$\sigma = 18,40 - 12,50$$

$$\sigma = 5,90 \text{ ευρώ}$$



Από τα προηγούμενα διαπιστώνουμε ότι ένα πρόβλημα μπορεί να εκφραστεί συμβολικά με μια ισότητα βάζοντας στη θέση του άγνωστου ποσού μια μεταβλητή.
έναν άγνωστο αριθμό, που συμβολίζεται

Παραδείγματα

Εξίσωση συνήθως με τα γράμματα x ή y ή z κτλ

Μια ισότητα που περιέχει μια μεταβλητή, λέγεται **εξίσωση** με έναν άγνωστο.

$$x + 5 = 12$$

Η τιμή που επαληθεύει την εξίσωση ονομάζεται **λύση της εξίσωσης**.

Η λύση της εξίσωσης $x + 5 = 12$ είναι ο αριθμός 7. Αν αντικαταστήσω τη μεταβλητή με το 7 έχω $7 + 5 = 12$

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση **προσθετέου**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο**.

Η λύση της εξίσωσης $x + 5 = 12$ είναι $x = 12 - 5$

Η εξίσωση μοιάζει με μια ζυγαριά που ισορροπεί. Αν πρέπει να αφαιρέσω έναν αριθμό από τη μία πλευρά, για να συνεχίσει να ισορροπεί, πρέπει να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό κι από την άλλη.

Εφαρμογή 1η Η εξίσωση σαν ζυγαριά

Σε μια ζυγαριά με δύο δίσκους τοποθετούμε στον έναν βάρος 115 γραμμαρίων και στον άλλο 45 γραμμάρια. Πόσο βάρος πρέπει να τοποθετήσουμε ακόμη, ώστε να ισορροπήσει η ζυγαριά; Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής, γράψε την εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση αυτή και υπολόγισε τον άγνωστο.



Λύση

1. Ονομάζω την άγνωστη τιμή x . Η εξίσωση στη ζυγαριά είναι $45 + x = 115$.
2. Σκέφτομαι πως για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει τα βάρη στους δυο δίσκους να είναι ίσα. Υπολογίζω με το νου πόσο είναι το x , προσθέτοντας όσο βάρος χρειάζεται στο 45 ώστε να γίνει 115. Έτσι $45 + \dots x \dots = 115$. Άρα $x = 115 - 45$ $x = 70$

Απάντηση: Πρέπει να βάλουμε ακόμη 70 γραμμάρια στο δίσκο.

Εφαρμογή 2η Λύση εξίσωσης με τις αντίστροφες πράξεις

Ο Λευτέρης είχε 16 κάρτες ποδοσφαιριστών, όταν άρχισε να παίζει με τον Γιώργο και κέρδισε μερικές από αυτόν. Τώρα έχει 27 κάρτες. Πόσες κάρτες κέρδισε από τον Γιώργο; Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα και να το λύσεις.

Λύση

1. Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των καρτών που κέρδισε ο Λευτέρης. Την ονομάζω k .
2. Η εξίσωση είναι $16 + k = 27$. Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο:
3. $k = 27 - 16$. Άρα $k = 11$.

Απάντηση: Ο Λευτέρης κέρδισε 11 κάρτες από τον Γιώργο.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **εξίσωση** και **άγνωστος προσθετέος** και μάθαμε να λύνουμε εξισώσεις πρόσθεσης. Παρουσίασε ένα δικό σου παράδειγμα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Λύση μιας εξίσωσης είναι η τιμή του άγνωστου που επαληθεύει την εξίσωση.

❖ Η λύση της εξίσωσης $15 + a = 15$ είναι το 1.

❖ Σε μια εξίσωση πρόσθεσης, κάνεις αφαίρεση για να τη λύσεις.

Σωστό **Λάθος**



Κεφάλαιο 26ο

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός

Μαθαίνω να ισορροπώ!



Άσκηση 1η

Να λύσεις με το νου την εξίσωση: $x + 2 = 9$.

Λύση $x = 9 - 2$
 $x = 7$

Άσκηση 2η

Να λύσεις με το νου την εξίσωση: $(3 + 2 + 7) + x = 19$.

Λύση $12 + x = 19$
 $x = 19 - 12$
 $x = 7$



Πρόβλημα 1ο

Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα που ακολουθεί και να το λύσεις: Η Άννα έχει συγκεντρώσει 37,5 € από το χαρτζιλίκι της. Πόσα ακόμη χρειάζεται για να αγοράσει μια μικρή φωτογραφική μηχανή που κοστίζει 68 €;

Λύση $37,5 + x = 68$
έχει 37,5 ευρώ $x = 68 - 37,5$
Χ: χρειάζεται ακόμα $x = 30,5$ ευρώ
κοστίζει 68 ευρώ ;

Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Σκέφτομαι έναν αριθμό. Προσθέτω σε αυτόν 12 και βρίσκω άθροισμα 36. Ποιος είναι ο αριθμός;

Λύση $x + 12 = 36$
 $x = 36 - 12$
 $x = 24$

Απάντηση:



Πρόβλημα 3ο

Το μαγικό τετράγωνο ανακαλύφθηκε από τους Κινέζους το 90 μ.Χ. Στο τετράγωνο αυτό το άθροισμα κάθε γραμμής, κάθε στήλης και κάθε διαγωνίου είναι το ίδιο. Τα δύο τετράγωνα που ακολουθούν είναι μαγικά παρατήρησε το δεύτερο και σχημάτισε όλες τις εξισώσεις που μπορείς οριζόντια, κάθετα και διαγώνια

10	3	8
5	7	9
6	11	4

2	x	6
9	5	ψ
ω	3	8

$5 + 3 + x = 15$
 $8 + x = 15$
 $x = 15 - 8$
 $x = 7$

$6 + 8 + \psi = 15$
 $14 + \psi = 15$
 $\psi = 15 - 14$
 $\psi = 1$

Λύση $2 + 9 + \omega = 15$
 $2 + 5 + 8 = 15$
 $11 + \omega = 15$
 $\omega = 15 - 11$
 $\omega = 4$

Απάντηση:

$\omega = 4$
 $x = 7$
 $\psi = 1$



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Μαντεύω τις μέρες που σκέφτηκες στο ημερολόγιο»

«Κοίταξε τέσσερις ημέρες στο ημερολόγιο που να σχηματίζουν ένα τετράγωνο», μου είπε ο φίλος μου ο Άρης. «Πες μου το άθροισμα από τις ημερομηνίες τους και εγώ θα σου πω ποιες ημέρες κοίταξες».

«Είκοσι» του απάντησα.

«Πανεύκολο», μου είπε. «Κοίταζες τις ημερομηνίες 1, 2, 8 και 9».

«Ουάου», είπα «πώς το βρήκες?».

«Είναι απλό. Να, δες το», μου είπε και μου εξήγησε.

Παίρνουμε ένα οποιοδήποτε ημερολόγιο - για παράδειγμα, το ημερολόγιο του Μαΐου 2006 και λέμε στο φίλο μας να διαλέξει τέσσερις ημέρες που σχηματίζουν ένα τετράγωνο, όπως είναι το κόκκινο τετράγωνο παρακάτω: 1, 2, 8 και 9 του μήνα. Ο φίλος μας λέει το άθροισμα από τις ημερομηνίες τους και εμείς βρίσκουμε ποιες είναι οι τέσσερις αυτές ημέρες.

Πώς είναι δυνατόν αυτό; Με τη βοήθεια των μαθηματικών. Πρόσεξε πως γίνεται:

Ας υποθέσουμε πως ο φίλος μας διάλεξε, όπως και εσύ, τις μέρες στο κόκκινο τετράγωνο: 1, 2, 8 και 9. Το άθροισμα που θα μας πει είναι 20.

Με μερικούς υπολογισμούς θα βρούμε ποιες μέρες δίνουν αυτό το άθροισμα.

Ας ονομάσω την πρώτη μέρα x . Τότε η δεύτερη θα είναι $x + 1$, η τρίτη $x + 7$ και η τελευταία $x + 8$.

Ο φίλος μας πρόσθεσε όλες τις μέρες, για να βρει το άθροισμα. Κάνουμε και εμείς το ίδιο, δηλαδή:

$$x + x + 1 + x + 7 + x + 8$$

Το άθροισμα που βρήκε είναι 20. Ας το βάλουμε και εμείς: $x + x + 1 + x + 7 + x + 8 = 20$.

Ας «τακτοποιήσουμε» λίγο τους αριθμούς και τα γράμματα: $x + x + x + x + 1 + 7 + 8 = 20$

$$\text{ή } x + x + x + x + 16 = 20.$$

Πώς θα λύσω την εξίσωση;

Μπορώ να βγάλω 16 και από τα δύο μέρη της εξίσωσης.

Έτσι έχω $x + x + x + x = 4$, δηλαδή «τέσσερις φορές το x ίσον τέσσερα» ή $4 \cdot x = 4$.

Με βάση τον κανόνα της ζυγαριάς, διαιρώ και τα δυο μέρη της εξίσωσης με το 4 και βρίσκω $x = 1$.

Άρα η πρώτη ημερομηνία είναι το 1.

Τώρα είναι εύκολο να βρω και τις υπόλοιπες. Έτσι η δεύτερη θα είναι $x + 1$, η επόμενη $x + 7$ και η τελευταία $x + 8$.

Μάιος 2006						
Δ	Τ	Τ	Π	Π	Σ	Κ
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Δοκιμάστε το στην ομάδα σας με άλλα τετράγωνα ημερών.
- Μπορείτε να βρείτε τον κανόνα; Τι κάνω δηλαδή για να ανακαλύψω από το άθροισμα τεσσάρων ημερών του ημερολογίου ποια είναι η πρώτη μέρα;
- Δοκιμάστε με τέσσερις μέρες στην ίδια σειρά (οριζόντια).
- Ποιος είναι ο νέος κανόνας;

