

Κεφάλαιο 24ο

Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Ό,τι κι αν κάνεις, εγώ θα πολλαπλασιάζομαι!



Πολλαπλασιάζω και διαιρώ κλάσματα.

Λύνω προβλήματα υπολογισμού του κλασματικού μέρους ενός ποσού.

Υπολογίζω αριθμητικές παραστάσεις που περιέχουν κλάσματα.



Η φράση «το κλάσμα ενός αριθμού» μπορεί να εννοηθεί ως ο πολλαπλασιασμός του κλάσματος με τον αριθμό αυτό. Για παράδειγμα, τα $\frac{3}{4}$ του 12 είναι $\frac{3}{4} \cdot 12$.

Δραστηριότητα 1η

Η μαμά σου έχει φτιάξει ένα μικρό ορθογώνιο κέικ, από το οποίο κόβεις το $\frac{1}{2}$. Από αυτό το κομμάτι τρως τα $\frac{3}{4}$. Αν προσπαθήσεις να υπολογίσεις με κλάσμα το μέρος που έφαγες, το κλάσμα αυτό θα είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{4}$; ...**3/8 τρώω**... **Μικρότερο.**

● Να σχεδιάσεις στο διπλανό σκίτσο το μέρος του ολόκληρου κέικ που έφαγες.

● Πόσο μέρος του κέικ έφαγες; **Τα 3/4 του 1/2 του κέικ, τα 3/8**.....

έφαγα

● Ποια πράξη θα κάνουμε για να βρούμε πόσο είναι τα $\frac{3}{4}$ του $\frac{1}{2}$; ...**πολλαπλασιασμό**.....

● Είναι το κλάσμα αυτό μεγαλύτερο ή μικρότερο από τα $\frac{1}{2}$ και $\frac{3}{4}$; ...**μικρότερο**.....

Δραστηριότητα 2η

Πήγα σε ένα γαλακτοκομικό αγρόκτημα και αγόρασα γάλα σε ένα δοχείο 10 λίτρων. Το δοχείο δεν χωράει στο ψυγείο μου. Έτσι θέλω να το μεταγγίσω σε δοχεία των 2 λίτρων.

● Πόσα δοχεία χρειαζομαι; **Χρειαζομαι 5 δοχεία**.....

● Γράψε την πράξη που έκανες: ...**Διαίρεση**.....

Ας υποθέσουμε τώρα ότι αγόρασα το $\frac{1}{2}$ λίτρο γάλα και θέλω να το μεταγγίσω σε μικρές ατομικές κανάτες του $\frac{1}{8}$ λίτρου για να τις σερβίρω με τον καφέ.

● Πόσες ατομικές κανάτες χρειαζομαι; **$1/2 : 1/8 = 1/2 \cdot 8/1 = 4$ κανάτες**.....

● Γράψε την πράξη που πρέπει να κάνεις: **Διαίρεση**.....

● Γνωρίζεις ότι η διαίρεση και ο πολλαπλασιασμός είναι αντίστροφες πράξεις. Άρα, αντί να διαιρέσεις, μπορείς να πολλαπλασιάσεις με τον αντίστροφο αριθμό.

● Δοκίμασε τώρα να κάνεις την προηγούμενη πράξη αντιστρέφοντας το δεύτερο κλάσμα

$1/2 : 1/8 = 1/2 \cdot 8/1 = 8/2 = 4$ κανάτες.....

● Είναι λογικό το αποτέλεσμα; **Ναι**.....



Οι δραστηριότητες αυτές μας οδηγούν στα παρακάτω συμπεράσματα:

Παραδείγματα

Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων

Για να **πολλαπλασιάσουμε** κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} \text{ ή } \frac{3}{10}$$

Για να **διαιρέσουμε** δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\frac{5}{12} : \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{1} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 1} = \frac{15}{12} \text{ ή } 1 \frac{1}{4}$$

Υπολογίζω μια αριθμητική παράσταση που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς

- ✓ **Εκτελώ** τις πράξεις από αριστερά προς τα δεξιά, με τη γνωστή σειρά (πρώτα δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις και μετά προσθέσεις, αφαιρέσεις).
Αν υπάρχουν παρενθέσεις, κάνω τις πράξεις πρώτα μέσα σ' αυτές με την ίδια σειρά.
- ✓ **Μετατρέπω** τους αριθμούς, σε όποια μορφή χρειάζεται για να κάνω πράξεις.



Εφαρμογή 1η Κλασματικό μέρος ενός ποσού

Το κόστος ενός αυτοκινήτου για τον αντιπρόσωπο είναι τα $\frac{4}{5}$ της τιμής πώλησης.

Το αυτοκίνητο πουλιέται 12.500 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει στον αντιπρόσωπο.



Λύση

Μπορώ να υπολογίσω το κλασματικό μέρος ενός ποσού (τα $\frac{4}{5}$ του 12.500) με δύο τρόπους:

A. Αναγωγή στην κλασματική μονάδα: Βρίσκω πρώτα το $\frac{1}{5}$ του 12.500 ($12.500 : 5 = 2.500$) και μετά βρίσκω τα $\frac{4}{5}$ ($4 \cdot 2.500 = 10.000$).

B. Αρκεί να πολλαπλασιάσω το κλάσμα με το ποσό ($\frac{4}{5} \cdot 12500 = \frac{50.000}{5}$). Πολλαπλασιάζω

κλάσμα με φυσικό αριθμό, πολλαπλασιάζοντας τον αριθμητή του με τον αριθμό αυτό (σαν να ήταν ο αριθμός κλάσμα με παρονομαστή το 1): $\frac{4}{5} \cdot 12500 = \frac{4 \cdot 12500}{5} = \frac{50000}{5} = 10.000$

Απάντηση: Το αυτοκίνητο κοστίζει στον αντιπρόσωπο **10.000 €**.

Εφαρμογή 2η Μεικτές αριθμητικές παραστάσεις

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης: $\left(4 \cdot \frac{1}{2} + 0,2 + \frac{4}{5}\right) : \left(3 - 1\frac{1}{3}\right)$

Λύση - Απάντηση

- ✓ Κάνω πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, με τη σειρά που πρέπει:

$$\left(4 \cdot \frac{1}{2} + 0,2 + \frac{4}{5}\right) : \left(3 - 1\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{4}{2} + 0,2 + \frac{4}{5}\right) : 2 \frac{1}{3}$$

- ✓ Μετατρέπω το δεκαδικό και το μεικτό αριθμό σε κλάσματα, για να συνεχίσω τις πράξεις:

$$\left(\frac{4}{2} + \frac{2}{10} + \frac{4}{5}\right) : \frac{7}{3} = \frac{20 + 2 + 8}{10} : \frac{7}{3} = \frac{30}{10} : \frac{7}{3} = \frac{30}{10} \cdot \frac{3}{7} = \frac{90}{70} = 1 \frac{2}{7}$$



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε τον **πολλαπλασιασμό** και τη **διαίρεση κλασμάτων** και τον **υπολογισμό μεικτών αριθμητικών παραστάσεων**. Σχεδίασε ένα σύντομο πρόβλημα που να λύνεται έτσι.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

❖ Η ισότητα: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{18}{8}$ είναι σωστή.

❖ Για να βρούμε το μισό του $\frac{4}{5}$ αρκεί να το πολλαπλασιάσουμε με το $\frac{1}{2}$.



Κεφάλαιο 24ο

Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Ό,τι κι αν κάνεις, εγώ θα πολλαπλασιάζομαι!



Άσκηση 1η

Να υπολογίσεις την αριθμητική παράσταση $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{3}{8} \cdot 2 = \frac{10}{12} - \frac{6}{8} = \frac{20}{24} - \frac{18}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

Άσκηση 2η

Να υπολογίσεις την αριθμητική παράσταση $(5 \cdot \frac{1}{2} + 0,4 + \frac{4}{5}) : (2 - 1 \frac{1}{3}) = 5 \frac{11}{20}$

Πρόβλημα 1ο

Ποιο θα είναι το εμβαδόν ορθογωνίου του οποίου η μικρή πλευρά είναι $\frac{1}{3}$ μ. και η μεγάλη πλευρά $\frac{5}{8}$ μ.

Λύση

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{24} \text{ τ.μ.}$$

Απάντηση: Το εμβαδόν του είναι $5/24$ τετραγωνικά μέτρα.



Πρόβλημα 2ο

Πόσα δαχτυλίδια με βάρος $3 \frac{1}{4}$ του γραμμαρίου μπορούν να φτιαχτούν από $16 \frac{2}{8}$ γραμμάρια χρυσού;

Λύση

$$16 \frac{2}{8} : 3 \frac{1}{4} = \frac{130}{8} : \frac{13}{4} = \frac{130}{8} \cdot \frac{4}{13} = \frac{520}{104} = 5 \text{ δαχτυλίδια}$$

Απάντηση: Θα φτιαχτούν 5 δαχτυλίδια.



Πρόβλημα 3ο

Ο κ. Γεωργιάδης κέρδισε στο λαχείο. Κράτησε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων του για εκείνον και τη γυναίκα του και μοίρασε το υπόλοιπο ποσό εξίσου στα 3 παιδιά του. Τι μέρος των χρημάτων πήρε κάθε παιδί; Αν τελικά τα παιδιά πήραν συνολικά 1.800 €, πόσο ήταν όλο το ποσό; (Να εφαρμόσετε τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα.)

Λύση

$$1.800 : 3 = 600 \text{ ευρώ το κάθε παιδί}$$

$$1.800 : \frac{1}{3} = 1.800 \cdot 3 = 5.400 \text{ ευρώ}$$

Απάντηση: Κάθε παιδί πήρε 600 ευρώ και το αρχικό ποσό ήταν 5.400 ευρώ.



$$\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ πήραν τα παιδιά}$$

$$\frac{2}{3} ; 3 = \frac{2}{9} \text{ πήρε το κάθε παιδί}$$

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Χαρτογράφηση του ζωολογικού κήπου»

Στο ζωολογικό κήπο τα παιδιά ολοκλήρωσαν την ξενάγησή τους με την επίσκεψη στο γραφείο του προσωπικού. Εκεί μια ομάδα από υπαλλήλους σχεδίαζε πάνω σε μιλιμετρέ χαρτί τους νέους χώρους στους οποίους θα έβαζαν τα ζώα. Τα παιδιά θέλησαν να μάθουν περισσότερα κι έτσι συγκέντρωσαν τις παρακάτω πληροφορίες:

Κατανομή του χώρου

- Το $\frac{1}{4}$ για τις καμηλοπαρδάλεις. 5/20
- Τα $\frac{3}{10}$ για τους ελέφαντες. 6/20
- Τα $\frac{3}{20}$ για τους παπαγάλους.
- Το $\frac{1}{4}$ για τις μαϊμούδες.
- Το $\frac{1}{20}$ για τη λιμνούλα.

	καμηλοπαρδάλεις			
	μαϊμούδες			
	ελέφαντες			
ελέφαντες	παπαγάλοι	λιμνούλα		

Προϋπόθεση: Όλα τα ζώα πρέπει να έχουν πρόσβαση στο νερό.

α) Να βάψετε με διαφορετικό χρώμα το χώρο που αναλογεί σε κάθε είδος στο σχέδιο του Ζωολογικού κήπου.

Χρωματίστε πιο κάτω και το υπόμνημα του χάρτη που φτιάξατε.

Υπόμνημα

Καμηλοπαρδάλεις ελέφαντες παπαγάλοι μαϊμούδες λιμνούλα

β) Αν στο ζωολογικό κήπο υπάρχουν:

20 μαϊμούδες

15 πτηνά

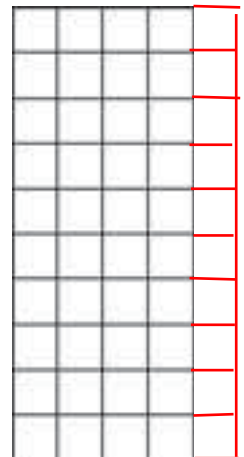
10 καμηλοπαρδάλεις

5 ελέφαντες

Μπορείτε να εκφράσετε με κλάσμα

τον αριθμό κάθε είδους σε σχέση με το σύνολο των ζώων;

γ) Να χρωματίσετε στο διπλανό σχήμα τόσα κουτάκια σε κάθε στήλη στο χρώμα που αντιστοιχεί σε κάθε ζώο, ανάλογα με το κλάσμα που δείχνει το πλήθος τους, ώστε με μια ματιά ο επισκέπτης να βλέπει πόσα ζώα από κάθε είδος υπάρχουν. (Χρωματίζουμε από κάτω προς τα πάνω).



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Χρειάζονται όλα τα ζώα τον ίδιο χώρο για τις καθημερινές τους ανάγκες;
- Μετρήστε την τάξη σας και υπολογίστε πόσος χώρος αναλογεί σε κάθε μαθητή.
- Κάνετε το ίδιο για το χώρο της αυλής του σχολείου σας.

