



Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

ΠΡΟΦΕΤΙΣ
ΚΑΛΑΦΙΡΙ
ΚΛΑΣΜΑΤΑ
ΣΩΣΤΗ
ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η σωστή ενέργεια!



Προσθέτω και αφαιρώ κλάσματα.
Λύνω απλά προβλήματα με δεκαδικούς, μεικτούς και κλάσματα ακολουθώντας μια σειρά από βήματα.



Μερικές φορές η παρουσία των κλασμάτων σε ένα πρόβλημα προκαλεί ανησυχία για το πώς θα το λύσουμε. Αν συμβεί αυτό, θυμηθείτε ότι το κλάσμα είναι ένας αριθμός και στη θέση του θα μπορούσε να είναι ένας φυσικός ή δεκαδικός αριθμός.

Δραστηριότητα 1η

Διαβάζοντας στην ιστοσελίδα της Δ.Ε.Η. (www.dei.gr) στοιχεία σχετικά με την παραγωγή ενέργειας για το 2003 διαπιστώσαμε ότι η ενέργεια που παράχθηκε στη χώρα μας από ανανεώσιμες πηγές ήταν πολύ μικρή. Παρακάτω παρουσιάζονται τα στοιχεία για την ενέργεια που παράχθηκε το 2003 σε θερμοηλεκτρικούς σταθμούς:

- Το $\frac{1}{15}$ της ενέργειας παράχθηκε με τη χρήση πετρελαίου.
- Τα $\frac{9}{20}$ παράχθηκαν με τη χρήση λιγνίτη.
- Το $\frac{1}{4}$ παράχθηκε με τη χρήση φυσικού αερίου.
- Η υπόλοιπη ενέργεια παράχθηκε σε υδροηλεκτρικούς σταθμούς.
- Είναι εύκολο να υπολογίσουμε αμέσως αυτό το μέρος της ενέργειας;Οχι.....
- Τι πρέπει να κάνουμε πριν προχωρήσουμε στις πράξεις για την επίλυση του προβλήματος;



Να μετατρέψουμε τους αριθμούς στην ίδια μορφή και γα τα κάνω ομώνυμα.

$$\frac{15}{100} + \frac{9}{20} + \frac{1}{4} = \frac{15+45+25}{100} = \frac{85}{100} \quad \frac{100-85}{100} = \frac{15}{100}$$

από τους
υδροηλεκτρικούς
σταθμούς

Δραστηριότητα 2η

Τα παιδιά θέλησαν να φυτέψουν στον κήπο του σχολείου φράουλες (ωριμάζουν στις αρχές Ιουνίου) και ρώτησαν αν υπάρχει καθόλου ελεύθερος χώρος. Ο δάσκαλος τους είπε: «Σωστή ενέργεια! Λοιπόν, το $\frac{1}{10}$ του παρτεριού έχει γαρίφαλα, το $\frac{1}{4}$ έχει μαργαρίτες και τα $\frac{2}{5}$ έχουν γκαζόν. Αν υπάρχει ελεύθερος χώρος, είναι δικός σας!».

- Πώς θα βρούμε αν υπάρχει χώρος;Θα μετατρέψουμε στην ίδια μορφή τους όλους αριθμούς.
- Γράψτε με τη σειρά τις ενέργειες που πρέπει να κάνουν τα παιδιά για να βρουν τη λύση στο πρόβλημά τους:Το $\frac{1}{10}$ θα γίνει $\frac{1}{10}$. Το $\frac{1}{4}$ μετάθεται σε $\frac{5}{20}$. Το $\frac{2}{5}$ μετάθεται σε $\frac{8}{20}$.
- Κάντε τις πράξεις. Μετά χωρίστε το σχεδιάγραμμα του παρτεριού σε όσα μέρη πρέπει και βάψτε με κίτρινο το μέρος με τις μαργαρίτες, με μοβ το μέρος με τα γαρίφαλα, με πράσινο το μέρος με το γκαζόν και με κόκκινο το μέρος με τις φράουλες.

γαρίφαλα	μαργαρίτες	φράουλες

γκαζόν



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \text{ΕΚΤΠ } (10, 4, 5) = 20$$

$$\frac{2}{20} + \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15}{20} \quad \frac{20}{20} - \frac{15}{20} = \frac{5}{20} \quad \text{ελεύθερος χώρος}$$

Οι δραστηριότητες αυτές μας βοηθούν να καταλήξουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Προσθέτουμε ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

Παραδείγματα

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15}{20} + \frac{4}{20}$$

$$\frac{11}{18} + \frac{2}{18} = \frac{11+2}{18} = \frac{13}{18}$$

Αφαιρούμε ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

$$\frac{11}{18} - \frac{2}{18} = \frac{11-2}{18} = \frac{9}{18}$$

Όταν πρέπει να λύσω ένα πρόβλημα που έχει κλάσματα ή μεικτούς αριθμούς:

- ✓ Ελέγχω αν οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.
- ✓ Αν δεν είναι στην ίδια μορφή, τους μετατρέπω σε αριθμούς μιας μορφής.
- ✓ Αποφασίζω ποιες πράξεις πρέπει να κάνω.
- ✓ Εκτελώ τις πράξεις και ελέγχω το αποτέλεσμα.



Εφαρμογή 1η

Η Μυρτώ κούρεψε τα $\frac{3}{5}$ του γκαζόν και ο αδερφός της ο Λευτέρης το $\frac{1}{4}$.

Κούρεψαν όλο το γκαζόν; Αν όχι, πόσο έμεινε;



Λύση

- ✓ Οι αριθμοί του προβλήματος είναι στην ίδια μορφή.
- ✓ Αρκεί λοιπόν να τους προσθέσουμε για να δούμε αν το κλάσμα που θα προκύψει θα έχει αριθμητή και παρονομαστή ίσους. Αν ναι, τότε θα είναι ίσο με τη μονάδα, δηλαδή θα έχουν κουρέψει όλο το γκαζόν. Αν όχι, θα αφαιρέσουμε αυτό που θα βρούμε από το κλάσμα «μονάδα» για να βρούμε τη διαφορά τους:
$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} \text{ Ε.Κ.Π. } (5, 4) = 20. \text{ Άρα: } \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}. \text{ Άρα: } \frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}.$$

Απάντηση: Κούρεψαν τα $\frac{17}{20}$ του γκαζόν και μένουν ακόμη $\frac{3}{20}$ για κούρεμα.



Εφαρμογή 2η

Ένα δοχείο χωράει 3 λίτρα. Κάποια στιγμή έχει $1\frac{3}{4}$ λίτρα νερό. Πόσο νερό χρειάζεται ακόμα για να γεμίσει;

Λύση

- ✓ Οι αριθμοί του προβλήματος δεν είναι στην ίδια μορφή. Θα τους μετατρέψουμε σε κλάσματα ομώνυμα, με παρονομαστή το 4. Έτσι: $3 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = \frac{12}{4}$ και $1\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$
- ✓ Τώρα θα αφαιρέσουμε το νερό που υπάρχει από τη συνολική χωρητικότητα του δοχείου για να βρούμε τη διαφορά τους: $\frac{12}{4} - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$. Δηλαδή $\frac{4}{4} + \frac{1}{4} \text{ ή } 1\frac{1}{4}$.

Απάντηση: Χρειάζεται ακόμη $1\frac{1}{4}$ λίτρα νερού για να γεμίσει.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε την πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων καθώς και τη λύση απλών προβλημάτων με κλάσματα. Σχεδίασε ένα σύντομο πρόβλημα που να λύνεται έτσι.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

Σωστό Λάθος

- ⇒ Η ισότητα: $\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9}{10}$ είναι σωστή.
- ⇒ Για να λύσω ένα πρόβλημα που οι αριθμοί του είναι φυσικοί, δεκαδικοί ή κλάσματα πρέπει πρώτα να τους μετατρέψω όλους στην ίδια μορφή.





Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων



Η σωστή ενέργεια!

Άσκηση 1n

Να βρεις το συνολικό μήκος των δύο διαδρόμων στους οποίους μπορούν να κινούνται τα παιδιά ανάμεσα στα θρανία της ΣΤ΄ τάξης όταν ο ένας είναι $3\frac{5}{8}$ μ. και ο άλλος $1\frac{7}{12}$ μ.
ΕΚΠ(8, 12) = 24

$$\frac{29}{8} + \frac{19}{12} = \frac{87}{24} + \frac{38}{24} = \frac{125}{24} = 5\frac{5}{24} \text{ μ.}$$

Άσκηση 2n

Να υπολογίσεις την παρακάτω αριθμητική παράσταση:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{7}{24} \right) - 2\frac{2}{6}$$

$$(\frac{18}{24} + \frac{21}{24} + \frac{22}{24} + \frac{7}{24}) - 2\frac{2}{6} = \frac{68}{24} - \frac{14}{24} = \frac{68}{24} - \frac{56}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$



Πρόβλημα 1o

Ποιο είναι το συνολικό βάρος που μεταφέρει κάποιος όταν μεταφέρει το φορητό υπολογιστή του που ζυγίζει $2\frac{4}{5}$ κιλά, μία επιπλέον μπαταρία βάρους $\frac{1}{4}$ κιλά και την τσάντα του που ζυγίζει $\frac{1}{6}$ κιλά; Να λύσεις το πρόβλημα με αριθμητική παράσταση.

Λύση $\frac{24}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$

$$\frac{24}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{168}{60} + \frac{15}{60} + \frac{10}{60} = \frac{193}{60} = 3\frac{13}{60} \text{ κιλά}$$



Απάντηση:

Πρόβλημα 2o

Σε πολυσύχναστο χιονοδρομικό κέντρο μια συγκεκριμένη μέρα τα $\frac{4}{15}$ των αθλούμενων είναι γυναίκες, τα $\frac{2}{5}$ παιδιά και το $\frac{1}{3}$ άντρες. Οι γυναίκες, οι άντρες ή τα παιδιά ήταν περισσότερα;

Λύση ΕΚΠ (3, 5, 15) = 15

$$\frac{4}{15}, \frac{2}{5} = \frac{6}{15}, \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

Απάντηση: Τα παιδιά είναι τα περισσότερα.



Πρόβλημα 3ο

Κόψτε 3 κάρτες με τους αριθμούς 1, 2 και 4 όπως αυτές που απεικονίζονται στο διπλανό σχήμα.

1 2 4

Χρησιμοποιώντας **όλες** τις κάρτες και το μολύβι σου για γραμμή του κλάσματος επάνω στο θρανίο να σχηματίσετε με την ομάδα σας τα εξής:

- Το μικρότερο δυνατό κλάσμα **1/42**
- Το μεγαλύτερο δυνατό κλάσμα **42/1**
- Ένα κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{1}{3}$ **4/12 = 1/3**
- Ένα κλάσμα ισοδύναμο με 3 **12/4 = 3**

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Επιλογή ψαριών για το ενυδρείο»

Σε μια εκπαιδευτική εκδρομή τα παιδιά της ΣΤ' τάξης επισκέφτηκαν ένα κατάστημα με κατοικίδια ζώα και πουλιά. Μόλις μπήκαν στο κατάστημα ο ιδιοκτήτης τους είπε:

- Παιδιά, βοηθήστε με. Πριν από λίγο ήρθε ένας πελάτης, ο οποίος μου παρήγγειλε να του ετοιμάσω ένα πλήρες ενυδρείο και μου άφησε έναν κατάλογο με τα ψάρια που θέλει.
- Πού είναι η δυσκολία; ρώτησαν τα παιδιά.
- Να, ετοίμασα το ενυδρείο, αλλά, όταν πήγα να διαλέξω τα ψάρια, απελπίστηκα.
- Εδώ είναι το χαρτί με τα ψάρια που θέλει ο πελάτης, απάντησε ο καταστηματάρχης.

Τα παιδιά ξαφνιάστηκαν όταν είδαν τον κατάλογο. Είναι δυνατόν να ζητάει ο πελάτης κλάσμα ψαριού; Αφού το σκέφτηκαν λίγο, ο Κώστας, ο Θωμάς και ο Δημήτρης ρώτησαν:

- Πόσα ψάρια χωράει το ενυδρείο που παρήγγειλε ο πελάτης;
- Είκοσι απάντησε, ο καταστηματάρχης.
- Το βρήκαμε! είπαν τότε οι τρεις φίλοι.

Τι βρήκαν;

Συμπλήρωσε τον πίνακα:



Είδος ψαριού	Κλάσμα στο χαρτί	Αριθμός ψαριών	Τι σκέφτηκα για να το θρω
Χρυσόψαρο			
Ψάρι με μαύρες ρίγες			
Κόκκινο ψάρι			
Μαύρο ψάρι			

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση



- Ποια ασυνήθιστα κατοικίδια ζώα γνωρίζεις;
- Τι μας προσφέρουν τα κατοικίδια;

