

Κεφάλαιο 21ο

Ισοδύναμα κλάσματα



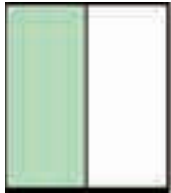
Μπορώ να λέω το ίδιο και με άλλα λόγια!

Αναγνωρίζω δύο ισοδύναμα κλάσματα.
Δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα.
Απλοποιώ κλάσματα, ώστε να γίνουν ανάγωγα.



Δραστηριότητα 1η

Στα παρακάτω σχήματα βλέπουμε το σχέδιο ενός πάρκου που χωρίστηκε, για να καλυφθεί ένα μέρος του με χόρτο, ενώ στο υπόλοιπο θα τοποθετηθούν τα παιχνίδια.



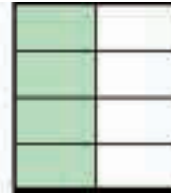
$$A \frac{1}{2} \dots$$



$$B \frac{2}{4} \dots$$



$$Γ \frac{3}{6} \dots$$



$$Δ \frac{4}{8} \dots$$

- Γράψε, κάτω από κάθε τετράγωνο, το κλάσμα που περιγράφει το πράσινο μέρος του.
- Πόσο μέρος του πάρκου θα καλυφθεί με χόρτο σε κάθε περίπτωση; **Το μισό**.....
- Σύγκρινε τα κλάσματα μεταξύ τους με τη βοήθεια των σχημάτων.
Τι παρατηρείς; **Ότι τα κλάσματα είναι ισοδύναμα**.....
- Σύγκρινε το πρώτο κλάσμα με καθένα από τα υπόλοιπα.
Τι παρατηρείς για τη σχέση ανάμεσα στους όρους τους;

Δραστηριότητα 2η

Ο Χρήστος και ο Φοίβος είχαν από 12 €. Όταν συναντήθηκαν, ο Χρήστος είπε ότι ξόδεψε τα $\frac{9}{12}$ των χρημάτων του και ο Φοίβος είπε ότι ξόδεψε τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του.



- Ποιος ξόδεψε περισσότερα; $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$
- Τι παρατηρείς για τους όρους των δύο κλασμάτων; **Ότι είναι πολλαπλάσια**.....
- Μπορείς να σχηματίσεις ένα νέο κλάσμα, που να εκφράζει το ίδιο μέρος του όλου;.....
 $\frac{12}{12}$
- Με ποιο κλάσμα θα διάλεγες να εκφραστείς εσύ; Γιατί;

Από τις προηγούμενες δραστηριότητες συμπεραίνουμε ότι είναι δυνατό δύο κλάσματα να έχουν διαφορετικούς όρους, αλλά να εκφράζουν την ίδια ποσότητα.

Ισοδύναμα κλάσματα

Δύο κλάσματα λέγονται **ισοδύναμα** ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος του όλου.

Αν πολλαπλασιάσουμε «χιαστί» τους όρους δύο ισοδύναμων κλασμάτων, τα δύο γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα μεταξύ τους. (Με τον τρόπο αυτό ελέγχουμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.)

Αν **πολλαπλασιάσουμε** τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει **ισοδύναμο** με το αρχικό κλάσμα.

Αν **διαιρέσουμε** τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει **ισοδύναμο** κλάσμα.

Αυτή η τεχνική λέγεται **απλοποίηση** του κλάσματος.

Αν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει αριθμός, εκτός από το 1, που να είναι κοινός διαιρέτης του αριθμητή και του παρονομαστή), το κλάσμα λέγεται **ανάγωγο**.

Παραδείγματα

Τα κλάσματα $\frac{9}{12}$ και $\frac{3}{4}$ είναι

ισοδύναμα, δηλαδή $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ επειδή $9 \cdot 4 = 3 \cdot 12$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{7}{28} = \frac{7 : 7}{28 : 7} = \frac{1}{4}$$

Το κλάσμα $\frac{4}{9}$ είναι ανάγωγο. (Δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης του 4 και του 9)

Εφαρμογή Δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα

Να εκφράσετε με ισοδύναμα κλάσματα τι μέρος του μήνα είναι οι 6 μέρες. Ποιο κλάσμα από όσα δημιουργήσατε είναι ανάγωγο;

Λύση:

Το ένα κλάσμα είναι το $\frac{6}{30}$, που δηλώνει ακριβώς το μέρος του όλου.

Μπορώ να απλοποιήσω με το 3 για να γίνει το κλάσμα δεκαδικό: $\frac{6 : 3}{30 : 3} = \frac{2}{10}$

και να πολλαπλασιάσω κατόπιν με το δέκα: $\frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{20}{100}$ ή να απλοποιήσω το αρχικό κλάσμα

με το έξι: $\frac{6 : 6}{30 : 6} = \frac{1}{5}$ για να γίνει ανάγωγο.

Απάντηση: Οι 6 μέρες είναι τα $\frac{6}{30}$, ή $\frac{3}{15}$, ή τα $\frac{20}{100}$, ή αλλιώς το $\frac{1}{5}$ του μήνα.

Ανάγωγο κλάσμα είναι το $\frac{1}{5}$.

Αυτά είναι **όλα** τα ισοδύναμα κλάσματα που μπορούμε να δημιουργήσουμε; Συζητήστε το.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **ισοδύναμα κλάσματα**, και **ανάγωγα κλάσματα**. Εξήγησε τη σημασία τους με ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

❖ Στη μέθοδο «χιαστί» πολλαπλασιάζω τους αριθμητές των κλασμάτων μεταξύ τους.

❖ Ένα κλάσμα έχει άπειρα ισοδύναμα με αυτό κλάσματα.

❖ Η διαίρεση των όρων του κλάσματος με το Μ.Κ.Δ. τους, οδηγεί σε ανάγωγο κλάσμα.

Σωστό

Λάθος



Κεφάλαιο 21ο

Ισοδύναμα κλάσματα

Μπορώ να λέω το ίδιο και με άλλα λόγια!



Άσκηση 1η

Στα κλάσματα $\frac{9}{15}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{24}{12}$ και $\frac{1}{5}$, υπάρχουν τρία ζευγάρια ισοδύναμων.

Μπορείς να τα εντοπίσεις; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ $\frac{8}{4} = \frac{24}{12}$

Άσκηση 2η

Συμπλήρωσε τις ισότητες:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = 0,4$$

Με ποιον δεκαδικό αριθμό είναι ίσα αυτά τα κλάσματα;

0,4



Άσκηση 3η

Συμπλήρωσε τον όρο που λείπει από τα κλάσματα, για να είναι σωστές οι ισότητες:

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \qquad \frac{5}{7} = \frac{25}{35} \qquad \frac{6}{9} = \frac{36}{54} \qquad \frac{21}{84} = \frac{7}{28}$$

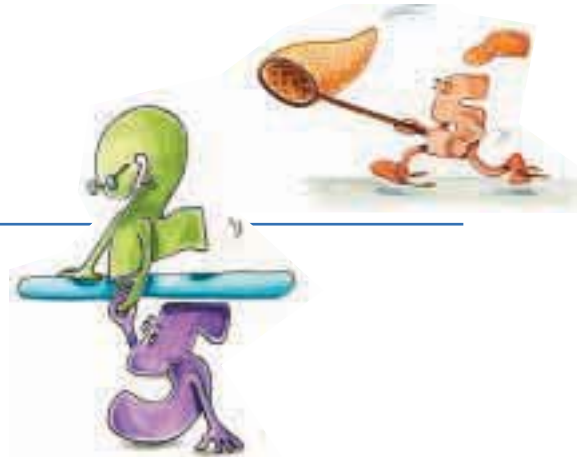
Με ποια μέθοδο βρήκες τους αριθμούς;

πολλαπλασιάζοντας χιαστί !!!

Άσκηση 4η

Βάλε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ανάγωγα:

$$\frac{3}{21}, \quad \left(\frac{11}{7}\right), \quad \frac{10}{30}, \quad \frac{9}{360}, \quad \left(\frac{5}{18}\right), \quad \left(\frac{7}{20}\right), \quad \left(\frac{2}{9}\right)$$



Πρόβλημα 1ο

Το ρεζερβουάρ ενός αυτοκινήτου χωρά 60 λίτρα βενζίνης. Όταν έχει καταναλώσει τα $\frac{45}{60}$, σε ποιο σημείο είναι ο δείκτης; Σημείωσέ το στο σχήμα, εξήγησε την απάντησή σου.

Αντίστροφα, πόσα λίτρα έχει το ρεζερβουάρ όταν ο δείκτης είναι στο $\frac{1}{4}$, στο $\frac{1}{2}$ και στα $\frac{3}{4}$;

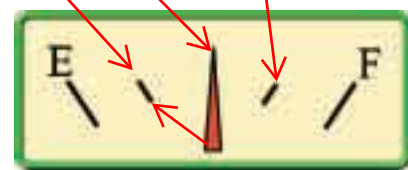
Λύση

$$\frac{60}{60} - \frac{45}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$60 \cdot \frac{1}{4} = 15 \text{ λίτρα}$$

$$60 \cdot \frac{1}{2} = 30 \text{ λίτρα}$$

$$60 \cdot \frac{3}{4} = 45 \text{ λίτρα}$$



Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Στο ένα τμήμα της Στ' τάξης τα $\frac{20}{25}$ των μαθητών έγραψαν άριστα στο επαναληπτικό τεστ, ενώ στο άλλο έγραψαν άριστα τα $\frac{24}{30}$. Έλεγε αν οι μαθητές των δύο τμημάτων έγραψαν εξίσου καλά.

Λύση

$$\frac{20}{25} = \frac{4}{5} \qquad \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$



Απάντηση: Οι μαθητές και των δύο τμημάτων έγραψαν εξίσου καλά.

Δραστηριότητες με προεκτάσεις: «Θέματα υγείας»

Μετά την πρόσφατη κακοκαιρία η Παιδιατρική Κλινική του Πανεπιστημιακού Νοσοκομείου Θεσσαλονίκης αποφάσισε να κάνει μια τηλεφωνική έρευνα στα σχολεία για να καταγράψει πόσοι μαθητές απουσίαζαν εκείνη τη συγκεκριμένη μέρα. Ο Διευθυντής του 2ου Δημοτικού Σχολείου Τριανδρίας επισκέφτηκε τις τάξεις και κατέγραψε τους απόντες μαθητές με ένα κλάσμα. Πιο κάτω παρουσιάζεται η καταγραφή που έκανε.

Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών που έλειπαν από κάθε τάξη και να τον γράψετε.

- Α' τάξη: Απουσίαζαν τα $\frac{2}{5}$ (από τους 25 μαθητές) $25 \cdot \frac{2}{5} = 10$ μαθητές
- Β' τάξη: Απουσίαζαν τα $\frac{2}{3}$ (από τους 30 μαθητές) $30 \cdot \frac{2}{3} = 20$ μαθητές
- Γ' τάξη: Απουσίαζαν τα $\frac{3}{7}$ (από τους 28 μαθητές) $28 \cdot \frac{3}{7} = 12$ μαθητές
- Δ' τάξη: Απουσίαζαν τα $\frac{4}{6}$ (από τους 24 μαθητές) $24 \cdot \frac{4}{6} = 16$ μαθητές
- Ε' τάξη: Απουσίαζαν τα $\frac{3}{13}$ (από τους 26 μαθητές) $26 \cdot \frac{3}{13} = 6$ μαθητές
- Στ' τάξη: Απουσίαζαν τα $\frac{2}{9}$ (από τους 27 μαθητές) $27 \cdot \frac{2}{9} = 6$ μαθητές
- Πόσοι έλειπαν συνολικά από το σχολείο;

$$10 + 20 + 12 + 16 + 6 + 6 = 70 \text{ μαθητές}$$

Απάντηση: Έλειπαν συνολικά 70 μαθητές.



Θέμα για διερεύνηση και συζήτηση

- Χρειάζεται να γνωρίζουν οι υγειονομικές αρχές αν πολλοί μαθητές απουσιάζουν ταυτόχρονα εξαιτίας ιώσεων;
- Γιατί μας ενδιαφέρει να μαθαίνουμε για ιώσεις και επιδημίες σε χώρες που είναι πολύ μακριά από τη δική μας;
- Τι είναι ο Παγκόσμιος Οργανισμός Υγείας;

