

Κεφάλαιο 19ο

Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα

Τι πλάσμα είναι αυτό το ... κλάσμα;



Μελετώ την έννοια του κλάσματος ως μέρος του όλου.
Συγκρίνω το κλάσμα με την ακέραιη μονάδα.
Διαπιστώνω ότι υπάρχουν κάποια κλάσματα που μετατρέπονται σε μεικτούς αριθμούς και μαθαίνω πώς να μετατρέπω τη μια μορφή στην άλλη.



Μια μεγάλη επινόηση του ανθρώπου στην αριθμητική ήταν ένας νέος αριθμός, το κλάσμα. Το χρησιμοποιούμε συχνά στην καθημερινή μας ζωή για να δηλώσουμε το μέρος ενός πράγματος.

Εκφράστε με κλάσμα: α) 2 ημέρες ενός έτους $\frac{2}{360}$, β) 1 λεπτό της ώρας $\frac{1}{60}$, γ) 1 λεπτό του ΕΥΡΩ $\frac{1}{100}$,
δ) 6 ώρες της ημέρας $\frac{6}{24}$, ε) 15 γραμμάρια του κιλού $\frac{15}{1000}$.

Δραστηριότητα 1η

Οι φίλοι μου κι εγώ λατρεύουμε την πίτσα. Αυτό είναι πολύ καλό, γιατί ξέρουμε πάντα τι φαγητό να παραγγείλουμε. Υπάρχει όμως ένα μικρό πρόβλημα. Θέλουμε να είμαστε δίκαιοι και να μοιραζόμαστε τις πίτσες εξίσου, ωστόσο δεν ξέρουμε πάντα πώς να το κάνουμε!

Μπορείτε να μας βοηθήσετε με τα κλάσματα;

- Αν είχαμε μια πίτσα για 2 άτομα, πόσο μέρος πίτσας θα έτρωγε ο καθένας; $\frac{1}{2}$
- Αν ήμασταν 3 άτομα, πόσο μέρος πίτσας θα έτρωγε ο καθένας; $\frac{1}{3}$
- Αν εμείς οι 3 φίλοι είμαστε πολύ πεινασμένοι και παραγγείλουμε δύο πίτσες, πόσο μέρος πίτσας θα φάει ο καθένας συνολικά; $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



Δραστηριότητα 2η

Χρειάζεται $\frac{1}{4}$ της ώρας για να ψηθεί μία πίτσα στο φούρνο μας.

- Αν ψήνουμε τη μια πίτσα μετά την άλλη και ψήσουμε 4 πίτσες, πόσα τέταρτα της ώρας θα χρειαστούμε;
- Γράψε την απάντησή σου με κλάσμα: $4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$ ώρα
- Τι παρατηρείς για τους όρους του κλάσματος; Ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή.
- Γράψε τώρα το χρόνο ψησίματος σε ώρες: 1 ώρα
- Αν έχουμε να ψήσουμε 5 πίτσες, πόσα τέταρτα της ώρας θα χρειαστούμε;
- Γράψε την απάντησή σου με κλάσμα: $5 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$
- Τι παρατηρείς για τους όρους αυτού του κλάσματος; Ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή.
- Γράψε τώρα το χρόνο ψησίματος σε ώρες: 1 ώρα και $\frac{1}{4}$ της ώρας



Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας βοηθούν να συμπεράνουμε:

Κλάσμα

Ο αριθμός που δηλώνει το μέρος ενός «όλου» ονομάζεται **κλάσμα**. Το κλάσμα σχηματίζεται από δύο φυσικούς αριθμούς, τον αριθμητή και τον παρονομαστή, που χωρίζονται μεταξύ τους από την κλασματική γραμμή με τη μορφή: $\frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$.

Το κλάσμα με αριθμητή το 1 λέγεται **κλασματική μονάδα**.

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μικρότερος από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι μικρότερο από το 1.

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι ίσος με τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι ίσο με το 1.

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1.

Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να χωρίσουμε τις ακέραιες μονάδες και να μετατρέψουμε το κλάσμα σε **μεικτό αριθμό**.

Παραδείγματα

Το $\frac{3}{5}$ είναι το κλάσμα που δηλώνει το σκιασμένο μέρος του παρακάτω ορθογωνίου.



$$\frac{3}{4} < 1 \text{ και } \frac{10}{12} < 1$$

$$\frac{4}{4} = 1 \text{ και } \frac{12}{12} = 1$$

$$\frac{5}{4} > 1 \text{ και } \frac{17}{12} > 1$$

$$\frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4} \text{ και } \frac{17}{12} = 1 \frac{5}{12}$$



Εφαρμογή 1η

Σε ένα πάρτι υπάρχει γλυκό μηλόπιτα σε ταψιά. Κάθε μερίδα γλυκού είναι το $\frac{1}{12}$ του ταψιού. Η μηλόπιτα προσφέρθηκε σε 31 άτομα. Πόσα ταψιά μηλόπιτας καταναλώθηκαν;

Λύση

Ξέρουμε ότι οι μερίδες που έφαγαν όλοι είναι 31 (αν ο καθένας έφαγε μόνο μία μερίδα). Αφού η μία μερίδα είναι το $\frac{1}{12}$ του ταψιού, τότε οι μερίδες που καταναλώθηκαν είναι τα $\frac{31}{12}$.

Αφού το ένα ταψί είναι $\frac{12}{12}$, τα $\frac{31}{12}$ είναι $\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{7}{12}$, δηλαδή $2 \frac{7}{12}$.

Απάντηση: Καταναλώθηκαν $2 \frac{7}{12}$ ταψιά μηλόπιτας.



Εφαρμογή 2η

Να μετατρέψετε το μεικτό αριθμό $5 \frac{5}{6}$ σε κλάσμα.

Λύση

Το κλάσμα που υπάρχει στο μεικτό αριθμό δηλώνει ότι κάθε ακέραιη μονάδα έχει χωριστεί σε έκτα, είναι δηλαδή ίση με $\frac{6}{6}$. Άρα ο αριθμός $5 \frac{5}{6}$ μπορεί να γραφεί $\frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{5}{6} = \frac{35}{6}$ ή αλλιώς

$$\frac{30}{6} + \frac{5}{6} = \frac{35}{6}$$

Απάντηση: Ο μεικτός αριθμός $5 \frac{5}{6}$ μετατρέπεται στο κλάσμα $\frac{35}{6}$.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **κλάσμα, αριθμητής, παρονομαστής, κλασματική μονάδα, κλάσμα μικρότερο, ίσο ή μεγαλύτερο από το 1 και μεικτός αριθμός**. Εξήγησε καθέναν από τους όρους αυτούς με ένα παράδειγμα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις: **Σωστό** **Λάθος**

- Το κλάσμα εκφράζει το μέρος ενός όλου που έχει χωριστεί σε ίσα μέρη.
- Ο αριθμητής δεν μπορεί ποτέ να είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή.
- Ο μεικτός αριθμός μετατρέπεται σε κλάσμα μικρότερο απ' το 1.



Κεφάλαιο 19ο

Κλάσματα ομώνυμα και ετερόνυμα

Τι πλάσμα είναι αυτό το ... κλάσμα;



Άσκηση 1η

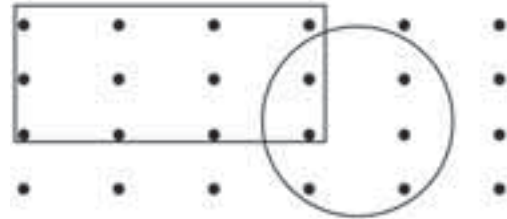
Στο σχήμα δεξιά υπάρχουν συνολικά 24 τελείες. Γράψε με ένα κλάσμα τι μέρος του όλου είναι οι τελείες που βρίσκονται:

α) Μέσα στον κύκλο: $\frac{6}{24}$

β) Έξω από το ορθογώνιο: $\frac{12}{24}$

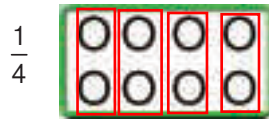
γ) Μέσα στον κύκλο και στο ορθογώνιο: $\frac{2}{24}$

δ) Έξω από τον κύκλο και το ορθογώνιο: $\frac{8}{24}$

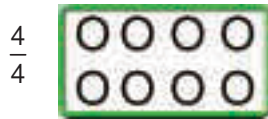


Άσκηση 2η

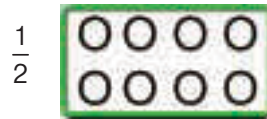
Να χρωματίσετε όσα δηλώνουν τα κλάσματα:



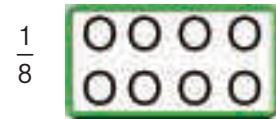
δύο κυκλάκια



όλα



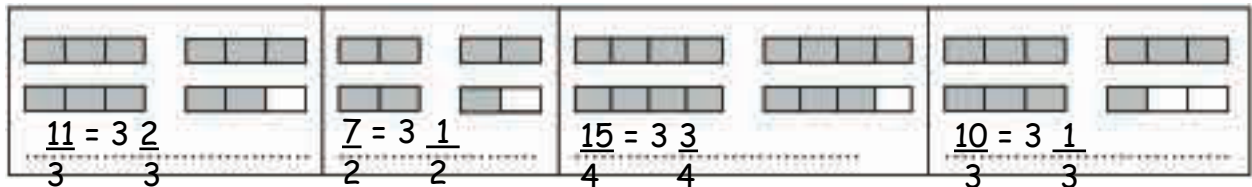
τέσσερα κυκλάκια



ένα κυκλάκι

Άσκηση 3η

Αν τα παρακάτω σχήματα παριστάνουν σοκολάτες και τα σκιασμένα μέρη είναι τα κομμάτια που καταναλώθηκαν, να τα γράψεις με τη μορφή κλάσματος και μεικτού αριθμού



Πρόβλημα 1ο

Συγκεντρώστε 20 μονά λεπτά (του €). Τοποθετήστε τα το ένα πάνω στο άλλο σε ίσες στοίβες. Γράψτε την κλασματική μονάδα που εκφράζει το μέρος του όλου. Κατόπιν γράψτε την κλασματική μονάδα με παρονομαστή το 100. Γράψτε επίσης με μορφή δεκαδικού αριθμού πόσα λεπτά υπάρχουν σε κάθε στοίβα. Δοκιμάστε όλους τους δυνατούς χωρισμούς σε στοίβες.

Λύση $\frac{1}{20} = 0,05$

$\frac{2}{20} = 0,1$

$\frac{4}{20} = 0,2$

$\frac{20}{100} = 0,20$

$\frac{5}{20} = 0,25$

$\frac{10}{20} = 0,5$

$\frac{20}{20} = 1$

0,05 ανά 5 μέχρι το 1.



Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Η γιαγιά έδωσε από μια σοκολάτα 120 γραμμαρίων στις δύο εγγονές της. Η Μαρία έφαγε τα $\frac{3}{8}$ της δικής της σοκολάτας, ενώ η Πόπη έφαγε το $\frac{1}{3}$ της δικής της σοκολάτας. Πόσα γραμμάρια σοκολάτας έφαγε το καθένα από τα δύο κορίτσια;

Λύση
120 γραμ.
 $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3}$

$$120 \cdot \frac{3}{8} = 45 \text{ γραμ.} \quad 120 \cdot \frac{1}{3} = 40 \text{ γραμ.}$$

X : γραμ. έφαγε το καθένα :

Απάντηση: Η Μαρία έφαγε 45 γραμ. και η Πόπη 40 γραμ. σοκολάτας.

Πρόβλημα 3ο

Το σπίτι της Νίνας απέχει από το κολυμβητήριο $\frac{10}{8}$ του χιλιομέτρου, ενώ του Βαγγέλη $1\frac{1}{8}$ χιλιομέτρου. Ποιο παιδί μένει πιο κοντά στο κολυμβητήριο;

Λύση
 $\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$

$$\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$$

Ποιο παιδί μένει πιο κοντά :

Απάντηση: Ο Βαγγέλης μένει πιο κοντά στο κολυμβητήριο.



Πρόβλημα 4ο

Τα παιδιά έκαναν μια έρευνα στο σχολείο τους και ανακοίνωσαν ότι τα $\frac{3}{7}$ των μαθητών φορούν γυαλιά, ενώ τα $\frac{5}{9}$ από αυτά είναι αγόρια. Αν γνωρίζουμε ότι το σχολείο έχει 126 μαθητές, πόσα παιδιά συνολικά φορούν γυαλιά και πόσα από αυτά είναι αγόρια;

$$126 \cdot \frac{3}{7} = 54 \text{ παιδιά φορούν γυαλιά.} \quad 54 \cdot \frac{5}{9} = 30 \text{ αγόρια.}$$

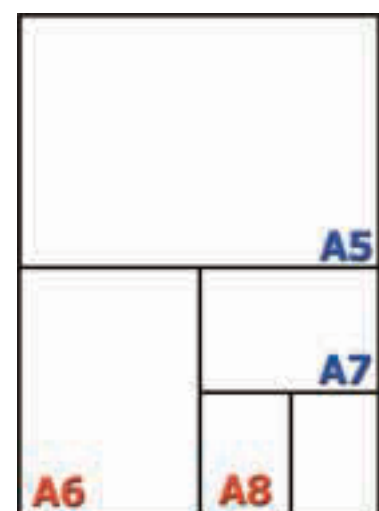


Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Μεγέθη χαρτιών»

Πάρτε ένα χαρτί μεγέθους A4 και σχεδιάστε μια γραμμή παράλληλη προς τις μικρές πλευρές του, έτσι ώστε να περνά από τη μέση των μεγάλων πλευρών του. Καθένα από τα δύο κομμάτια που σχηματίστηκαν τώρα λέγεται A5.

- Εκφράστε τη σχέση του A5 με το A4 με κλάσμα:
- Κάντε την ίδια διαδικασία για το A5 κομμάτι. Τα δύο νέα κομμάτια ονομάζονται A6. Ποια είναι η σχέση του A6 με το A5;
- Ποια είναι η σχέση του A6 με το A4;
- Μπορείτε να συνεχίσετε και να σχηματίσετε τα μεγέθη A7 και A8.

Πρέπει να έχετε σχηματίσει ένα σχήμα όπως είναι το διπλανό.



Χαρτί μεγέθους A4

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Τι σχέση πιστεύετε ότι έχει το μέγεθος A3 με το A4;
- Γιατί χρειαζόμαστε χαρτιά διαφορετικού μεγέθους;

