

Κεφάλαιο 16ο

Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.

Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας



Βρίσκω πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών.
Βρίσκω τα κοινά πολλαπλάσια και εντοπίζω το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών.
Χρησιμοποιώ τις διαδοχικές διαιρέσεις των αριθμών για να βρω το Ε.Κ.Π.



Δραστηριότητα 1η

Συμπλήρωσε τα γινόμενα στον παρακάτω πίνακα:

·	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

- Τι είναι για το 3 οι αριθμοί στη γραμμή του; **Τα πολλαπλάσιά του.**.....
- Υπάρχουν κοινόι αριθμοί στις τρεις γραμμές; **Ναι.**..... Αν ναι, κύκλωσέ τους.
- Τι είναι οι αριθμοί που κύκλωσες για το 3 το 4 και το 6;
..... **Τα κοινά πολλαπλάσιά τους.**.....
- Ποιος είναι ο μικρότερος; **Το 12.**.....



Δραστηριότητα 2η

Στο αγροτικό ιατρείο του χωριού ο παιδίατρος έρχεται ημέρα Δευτέρα κάθε 2 εβδομάδες και η οφθαλμίατρος την ίδια μέρα, κάθε 3 εβδομάδες. Αν κάποια Δευτέρα βρέθηκαν μαζί στο ιατρείο τότε θα βρεθούν ξανά μαζί;

- Μετά την αρχική τους συνάντηση, σε πόσες εβδομάδες θα πάει ξανά ο παιδίατρος; **Σε 2.**.....
- Σε πόσες εβδομάδες θα πάει ξανά η οφθαλμίατρος; **Σε 3.**.....

- Αν αριθμήσουμε τις εβδομάδες μετά τη συνάντηση για να σημειώσουμε τις επισκέψεις των γιατρών, συνέχισε συμπληρώνοντας τον πίνακα:

Εβδομάδα (μετά την α' συνάντηση)	1η	2η	3η	4η	5η	6η
Παιδίατρος (επίσκεψη ανά 2 εβδομάδες)	-	✓	-	✓	-	✓
Οφθαλμίατρος (επίσκεψη ανά 3 εβδομάδες)	-	-	✓	-	-	✓

- Ποιος είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί στην εβδομάδα που ψάχνουμε; **6**.....
- Μπορείς να διακρίνεις από τον πίνακα ποια ιδιότητα έχει ο αριθμός της εβδομάδας κοινής επίσκεψης; Εξήγησε: **Είναι κοινό πολλαπλάσιο του 2 και του 3.**.....
- Πότε θα είναι η 3η κοινή συνάντηση; **Την 18η εβδομάδα.**.....

Οι προηγούμενες δραστηριότητες μας βοηθούν να συμπεράνουμε:

Παραδείγματα

Πολλαπλάσια φυσικού αριθμού, Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών

Πολλαπλάσιο ενός φυσικού αριθμού λέγεται ο αριθμός που προκύπτει, όταν τον πολλαπλασιάσουμε με έναν άλλο φυσικό αριθμό.

Κάθε φυσικός αριθμός έχει άπειρα πολλαπλάσια.

Κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών λέγονται οι αριθμοί που είναι πολλαπλάσια όλων αυτών των φυσικών αριθμών.

Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια, εκτός από το 0, λέγεται **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)**.

Πολλαπλάσια του 4 είναι οι αριθμοί:
0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ..., *άπειρο*

Πολλαπλάσια του 6 είναι οι αριθμοί:

0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ..., *άπειρο*

Κοινά πολλαπλάσια του 4 και του 6 (εκτός από το 0) είναι οι αριθμοί 12, 24, 36, ...

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο του 4 και του 6 είναι το 12.

Για να βρούμε το Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών εξετάζουμε τον μεγαλύτερο από αυτούς. Αν αυτός δεν είναι το Ε.Κ.Π. τους, τον διπλασιάζουμε, τριπλασιάζουμε κ.λπ., ώσπου να βρούμε το πολλαπλάσιό του που είναι πολλαπλάσιο και των άλλων αριθμών.

Ένας άλλος τρόπος είναι να τους αναλύσουμε ταυτόχρονα σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων. Το Ε.Κ.Π. τους είναι το γινόμενο όλων των πρώτων παραγόντων. Ο τρόπος αυτός φαίνεται αναλυτικά παρακάτω (στην 1η εφαρμογή).



Εφαρμογή 1η

Βρίσκω το Ε.Κ.Π. των αριθμών 30, 36 και 45 με διαδοχικές διαιρέσεις.

Λύση

α. Εξετάζουμε, σύμφωνα τα κριτήρια διαιρετότητας, ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός ο οποίος διαιρεί τουλάχιστον τον έναν από τους τρεις αριθμούς. Είναι ο αριθμός 2, ο οποίος διαιρεί το 30 και το 36. Διαιρούμε αυτούς τους αριθμούς, γράφουμε τα πηλίκα τους από κάτω και γράφουμε το 45 όπως είναι.

30	36	45	2
15	18	45	2
15	9	45	3
5	3	15	3
5	1	5	5
1	1		

β. Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία, αναζητώντας πάντα το μικρότερο πρώτο αριθμό που να διαιρεί τουλάχιστον τον έναν αριθμό. Όσους δεν διαιρούνται τους ξαναγράφουμε από κάτω, μέχρι να γίνουν όλα τα πηλίκα ίσα με το 1.

Απάντηση: Το Ε.Κ.Π. των αριθμών 30, 36 και 45 είναι το $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = \dots 180 \dots$

Εφαρμογή 2η

Οι μαθητές μιας τάξης χωρίζονται σε ομάδες των 5 ή των 6 παιδιών χωρίς να περισσεύει κανένας. Πόσοι μπορεί να είναι;



Λύση

Ο αριθμός των μαθητών πρέπει να είναι κοινό πολλαπλάσιο του 5 και του 6. Για να βρω το Ε.Κ.Π. του 5 και του 6, σκέφτομαι τα πολλαπλάσια του 6 μέχρι να βρω το πρώτο κοινό τους πολλαπλάσιο: 0, 6, 12, 18, 24, **30**.

(Υπάρχουν πολλά κοινά πολλαπλάσια, αλλά οι μαθητές δεν μπορεί να είναι περισσότεροι από 30.)

Απάντηση: Οι μαθητές είναι 30.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **πολλαπλάσιο** και **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)**. Εξήγησε τον καθένα με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Οι αριθμοί 0, 9, 18, 27 και 36 είναι κοινά πολλαπλάσια του 3 και του 9.
- ❖ Το Ε.Κ.Π. (4, 40) είναι το 40.
- ❖ Το Ε.Κ.Π. δύο αριθμών μπορεί να είναι αριθμός μικρότερος από τους δύο.

Σωστό	Λάθος
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



Κεφάλαιο 16ο

Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.

Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας



Άσκηση 1η

Κύκλωσε το σωστό:

Ε.Κ.Π. (4, 9)	α) 9	β) 18	γ) 27	δ) 36	ε) 72
Ε.Κ.Π. (10, 15)	α) 15	β) 20	γ) 30	δ) 60	ε) 150
Ε.Κ.Π. (7, 35)	α) 35	β) 70	γ) 105	δ) 245	ε) 700

Άσκηση 2η

Να βρεις το Ε.Κ.Π. των αριθμών:

$\begin{array}{r l} 99 & 2 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 18 & 2 \\ 9 & 2 \\ 9 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 5 & 2 \\ 5 & 2 \\ 5 & 3 \\ 5 & 3 \\ 5 & 5 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 7 & 7 \end{array}$
Ε.Κ.Π. (99,66) = $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 198$	Ε.Κ.Π. (18, 180) = $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$	Ε.Κ.Π. (5, 8, 12) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$	Ε.Κ.Π. (4, 7, 15) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$

Άσκηση 3η

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να διαιρεθεί με τους αριθμούς 6, 8, 10 και 12;

Λύση

X : είναι ο μικρότερος αριθμός που διαιρείται με τους 6, 8, 10, 12 ;

6	8	10	12	2
3	4	5	6	2
3	2	5	3	2
3	1	5	3	3
1	1	5	1	5
1	1	1	1	

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

$$\text{Ε.Κ.Π. (6, 8, 10, 12)} = 120$$

Απάντηση:



Πρόβλημα 1ο

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από μαθητές που μπορούμε να παρατάξουμε σε πεντάδες, δεκάδες και δωδεκάδες;

Λύση

X : είναι ο μικρότερος αριθμός απο πεντάδες, δεκάδες και δωδεκάδες ;

5	10	12	2
5	5	6	2
5	5	3	3
5	5	1	5
1	1	1	

$$\text{Ε.Κ.Π. (5, 10, 12)} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Απάντηση:

$$\text{Ε.Κ.Π. (5, 10, 12)} = 60$$

Πρόβλημα 2ο

Τρεις φίλοι πήγαν με τα ποδήλατά τους στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Ξεκίνησαν μαζί από την αρχή της διαδρομής. Ο πρώτος έκανε 4 λεπτά για να ολοκληρώσει έναν γύρο, ο δεύτερος 6 λεπτά και ο τρίτος 8. Σε πόσα λεπτά θα περάσουν ξανά μαζί από το ίδιο σημείο και πόσους γύρους θα έχει κάνει ο καθένας;

Λύση

4 λεπτά
6 λεπτά
8 λεπτά

4	6	8	2
2	3	4	2
1	3	2	2
3	1	3	
1	1	1	

$$\text{Ε.Κ.Π. (4, 6, 9)} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$$

Απάντηση: Θα περάσουν ξανά μαζί σε 24 λεπτά πρώτος 6 γύρους,

X : λεπτά θα περάσουν ο δεύτερος 4 γύρους και ο τρίτος 3 γύρους ξανά μαζί ;



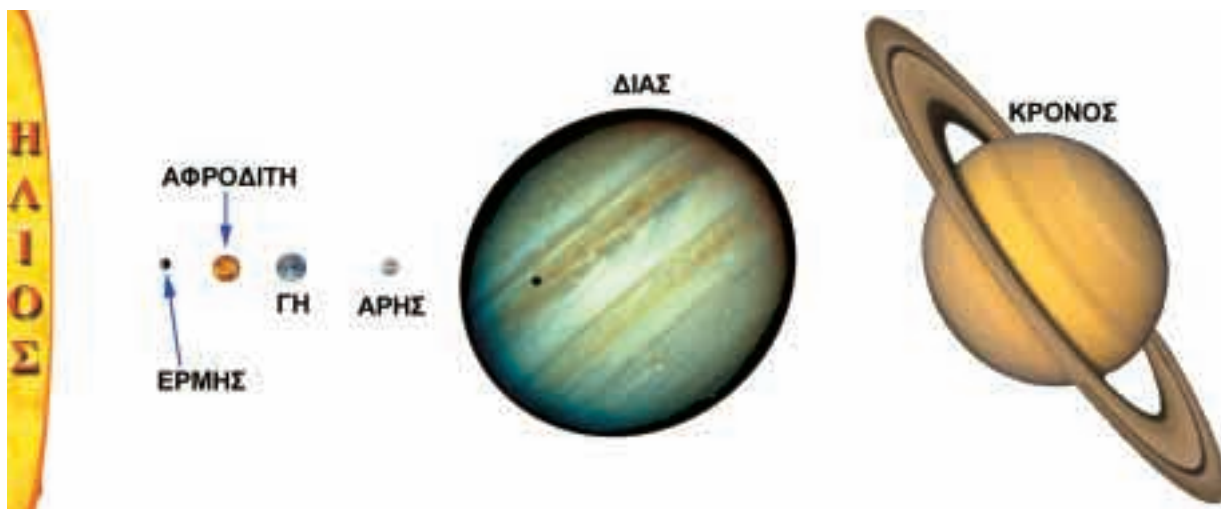
Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Η σύνοδος των πλανητών»

Στις 5 Μαΐου του 2000 είχαμε σύνοδο των 5 πλανητών που διακρίνονται από τη Γη. Είχαμε δηλαδή τον Ερμή, την Αφροδίτη, τη Γη, τον Άρη, τον Δία και τον Κρόνο σε μια ευθεία γραμμή με τον Ήλιο (βλέπε σκίτσο). Είχαν τότε διατυπωθεί φόβοι από ορισμένους ότι θα έλιωναν οι πάγοι, θα είχαμε μεγάλες πλημμύρες, σεισμούς και ανεμοστρόβιλους. Τίποτε από όλα αυτά, όπως είναι φυσικό, δεν συνέβη, καθώς το φαινόμενο αυτό δεν παρουσιάστηκε για μία φορά μόνο, αλλά επαναλαμβάνεται σε τακτικά χρονικά διαστήματα.

Ο χρόνος (σε μήνες) που χρειάζεται κάθε πλανήτης για μια πλήρη περιστροφή γύρω από τον Ήλιο παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα:

ΠΛΑΝΗΤΗΣ	Ερμής	Αφροδίτη	Γη	Άρης	Δίας	Κρόνος
ΜΗΝΕΣ	3	8	12	24	144	360

- Μπορείτε να υπολογίσετε ποια χρονολογία θα γίνει η επόμενη σύνοδος των 5 πλανητών;
- Πόσες περιστροφές θα έχει κάνει κάθε πλανήτης γύρω από τον Ήλιο μέχρι τότε;



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Σχετίζεται η απόσταση ενός πλανήτη από τον Ήλιο με το χρόνο που χρειάζεται για να κάνει μια περιστροφή ο πλανήτης αυτός γύρω από τον Ήλιο;
- Γιατί οι πέντε πλανήτες έχουν ονόματα εμπνευσμένα από την αρχαία ελληνική μυθολογία;
- Αν πετούσατε με αεροπλάνο με ταχύτητα 1000 χλμ./ώρα και ξεκινούσατε από τον Ήλιο, θα χρειαζόσαστε 7 χρόνια για να φτάσετε στον Ερμή, 12 χρόνια για την Αφροδίτη, 18 χρόνια για τη Γη, 26 χρόνια για τον Άρη, 89 χρόνια για τον Δία και 163 χρόνια για τον Κρόνο. Ποια είναι η απόστασή τους σε εκατομμύρια χιλιόμετρα;
- Αν στη Γη ζυγίζω 50 κιλά, τότε το βάρος μου στον Ερμή θα είναι 18,9 κιλά, στην Αφροδίτη 45,3 κιλά, στον Άρη 18,8 κιλά, στον Δία 118,2 κιλά και στον Κρόνο 45,8 κιλά. Γιατί το βάρος είναι διαφορετικό σε κάθε πλανήτη;