

Κεφάλαιο 12ο

Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών

Μπαινεις μόνο αν χωράς ακριβώς



Μαθαίνω τι είναι ο διαιρέτης ενός φυσικού αριθμού.

Βρίσκω τους διαιρέτες ενός αριθμού.

Εντοπίζω τους κοινούς διαιρέτες δύο ή περισσότερων αριθμών και βρίσκω τον μεγαλύτερο.



Δραστηριότητα 1η

Σε ένα κουτί με μπισκότα αναγράφεται:

«35 μπισκότα, σε χωριστές αεροστεγείς συσκευασίες»

- Πόσες ίδιες χωριστές συσκευασίες νομίζεις ότι έχει το κουτί;
Πρέπει να βρω τους διαιρέτες αυτού του αριθμού.
- Πόσα μπισκότα έχει κάθε χωριστή συσκευασία;
μπορεί να έχει από 5 ή από 7
- Υπάρχουν άλλες περιπτώσεις; $35 : 1, 5, 7, 35$



Δραστηριότητα 2η

Στο ζαχαροπλαστείο του Ανρί ετοιμάζουν συσκευασίες με διάφορα γλυκά. Μια μέρα έχουν 40 τρουφάκια, 48 εκλέρ και 32 καριόκες. Μοιράζουν τα γλυκά με τέτοιο τρόπο, ώστε όλα τα κουτιά να είναι ίδια μεταξύ τους, να είναι όσο το δυνατόν περισσότερα και να μην περισσεύει κανένα γλυκό. Πώς τα μοίρασαν;

- Αν είχαν να μοιράσουν μόνο τα 40 τρουφάκια, σε πόσα ίδια κουτιά θα μπορούσαν να τα μοιράσουν; $40 : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$
- Συμπληρώστε: σε 2 (από 20 γλυκά), ή σε 4 (από 10 γλυκά)
- Υπολογίστε το ίδιο για τα 48 εκλέρ; σε 2 (από 24 εκλέρ)
σε 4 (από 12 εκλέρ)
- Βρείτε το ίδιο για τις 32 καριόκες; σε 2 (από 16 καριόκες)
σε 4 (από 8 καριόκες)
- Υπογραμμίστε τους αριθμούς των κουτιών που είναι κοινói (ίδιοι) και στις 3 σειρές.
- Αν χρησιμοποιήσουν μόνο 2 ίδια κουτιά στα οποία θα βάλουν όλα τα γλυκά, γράψτε πόσα γλυκά από κάθε είδος θα περιέχει το καθένα:
20 τρουφάκια, 24 εκλέρ, 16 καριόκες
- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός ίδιων κουτιών που μπορούν να γεμίσουν με γλυκά από κάθε είδος;
 $ΜΚΔ (40, 48, 32) = 8$
- Πόσα γλυκά από κάθε είδος θα έχει κάθε κουτί σ' αυτή την περίπτωση;
Θα περιέχει: 5 τρουφάκια, 6 εκλέρ, 4 καριόκες.



Πολλές φορές χρειάζεται να εξετάσουμε με πόσους δυνατούς τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε έναν αριθμό χωρίς να έχουμε υπόλοιπο. Αυτό γίνεται βρίσκοντας τους διαιρέτες του αριθμού αυτού.

Διαιρέτες αριθμού, Μ.Κ.Δ. αριθμών

Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρεί ακριβώς έναν άλλο φυσικό αριθμό λέγεται **διαιρέτης** του.

Δύο ή περισσότεροι φυσικοί αριθμοί μπορεί να έχουν κοινούς διαιρέτες.

Ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης τους λέγεται **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.)**.

Παραδείγματα

Ο αριθμός 9 έχει διαιρέτες τους αριθμούς: 1, 3, 9.

Ο αριθμός 16 έχει διαιρέτες τους αριθμούς: 1, 2, 4, 8, 16.

Ο αριθμός 24 έχει διαιρέτες τους: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Οι αριθμοί 1, 2, 4, 8 είναι κοινοί διαιρέτες του 16 και του 24.

Ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης τους είναι το 8.



Εφαρμογή 1η

Έχω μια συλλογή με 20 φωτογραφίες και θέλω να τις βάλω στο άλμπουμ με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε σελίδα να έχει τον ίδιο αριθμό φωτογραφιών. Με πόσους τρόπους μπορώ να τις χωρίσω (εκτός από το να βάλω μία φωτογραφία σε κάθε σελίδα) ξέροντας ότι η σελίδα χωράει μέχρι 10 φωτογραφίες;



Λύση

Οι φωτογραφίες πρέπει να μοιραστούν σε ίσα μέρη, χωρίς να περισσεύει καμία. Κάθε μέρος θα είναι αριθμός που διαιρεί το 20 ακριβώς, θα είναι δηλαδή διαιρέτης του.

Αρκεί λοιπόν να βρω τους διαιρέτες του 20, για να έχω όλους τους πιθανούς τρόπους με τους οποίους μπορώ να βάλω τις φωτογραφίες στις σελίδες.

Διαιρέτες του 20 είναι οι αριθμοί: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Απάντηση: Άρα μπορώ να βάλω 2, 4, 5, 10 φωτογραφίες σε κάθε σελίδα.

Εφαρμογή 2η

36

Ένας βιβλιοπώλης θέλει να φτιάξει όσο το δυνατόν περισσότερα όμοια πακετάκια με χρωματιστές πλαστελίνες. Έχει 48 πράσινες και ~~36~~ κόκκινες πλαστελίνες. Πόσα πακετάκια θα φτιάξει, χωρίς να του περισσέψει καμία πλαστελίνη;

Λύση

36

Πρέπει να βρούμε πρώτα τους διαιρέτες του 48 και του ~~36~~ και μετά από τους κοινούς διαιρέτες τους να διαλέξουμε τον μεγαλύτερο (το Μ.Κ.Δ.).

Διαιρέτες του 48 είναι οι αριθμοί: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Διαιρέτες του 36 είναι οι αριθμοί: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Μ.Κ.Δ. (48, 36): 12

Απάντηση: Ο βιβλιοπώλης θα φτιάξει 12 πακέτα.



Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους **διαιρέτης** και **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.)**. Εξήγησε τον καθένα με δικά σου παραδείγματα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:

- ❖ Κάθε φυσικός αριθμός έχει διαιρέτες τουλάχιστον το 1 και τον εαυτό του.
- ❖ Ο αριθμός 3 είναι διαιρέτης του αριθμού 26.
- ❖ Ο Μ.Κ.Δ. του 4 και του 8 είναι το 8.

Σωστό	Λάθος
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



Κεφάλαιο 12ο

Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών



Μπαίνεις μόνο αν χωράς ακριβώς

Άσκηση 1η

Κάνε με το νου τις παρακάτω διαιρέσεις και σημείωσε με ένα ✓ αυτές που είναι τέλειες:

48 : 2 ✓	48 : 3 ✓	48 : 4 ✓	48 : 5	48 : 6 ✓	48 : 7	48 : 8 ✓	48 : 9
45 : 2	45 : 3 ✓	45 : 4	45 : 5 ✓	45 : 6	45 : 7	45 : 8	45 : 9 ✓

Γράψε όλους διαιρέτες:

- Για το 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48
- Για το 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45



Άσκηση 2η

Γράψε:

- τους διαιρέτες του 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18
- τους διαιρέτες του 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36
- τους κοινούς διαιρέτες του 18 και του 36: 1, 2, 3, 6, 9, 18
- το Μ.Κ.Δ. (18, 36) : 18

Άσκηση 3η

Ποιος είναι ο Μ.Κ.Δ. των αριθμών 12, 8 και 30;

8 : 1, 2, 4, 8

12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12

30 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

ΜΚΔ (8, 12, 30) = 2

Πρόβλημα 1ο

Έχω 225 γραμματόσημα και θέλω να τα τακτοποιήσω σε άλμπουμ. Κάθε σελίδα χωρά μέχρι 30 γραμματόσημα. Πόσα το πολύ γραμματόσημα μπορώ να βάλω ώστε να χρησιμοποιήσω τις λιγότερες σελίδες και σε όλες τις σελίδες να υπάρχει ο ίδιος αριθμός γραμματοσήμων;

Λύση

225 γραμματόσημα
30 γραμ. κάθε σελίδα
X : το πολύ γραμ. για να
χρησιμοποιήσω λιγότερες
σελίδες ;

225 : 1, 3, 5, 9, 25,



Απάντηση: Θα βάλω 25 γραμματόσημα σε κάθε σελίδα και θα χρησιμοποιήσω 9 σελίδες.

Πρόβλημα 2ο

Τα παιδιά της Στ' τάξης θέλουν να διακοσμήσουν την αίθουσα τελετών του σχολείου τους με στήλες από χρωματιστά μπαλόνια. Έχουν 30 κόκκινα, 45 κίτρινα και 50 πράσινα μπαλόνια. Θέλουν να φτιάξουν όσο το δυνατόν περισσότερες όμοιες στήλες με χρωματιστά μπαλόνια. Πόσα μπαλόνια από κάθε χρώμα θα βάλουν σε κάθε στήλη χωρίς να τους περισσέψει κανένα;



Λύση

30 κόκκινα

45 κίτρινα

50 πράσινα

X : όμοιες στήλες

και X : από κάθε χρώμα ;

$$30 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$

$$45 : 1, 3, 5, 9, 15, 45$$

$$50 : 1, 2, 5, 10, 25, 50$$

$$\text{ΜΚΔ} (30, 45, 50) = 5$$

Απάντηση: Θα φτιάξω 5 όμοιες στήλες και θα βάλω 6 κόκκινα, 9 κίτρινα και 10 πράσινα μπαλόνια.

Πρόβλημα 3ο

Η χορωδία του Μουσικού Γυμνασίου Σερρών αποτελείται από 60 υψίφωνους, 120 μέσους και 40 βαθύφωνους. Πόσες το πολύ όμοιες ομάδες μπορούμε να σχηματίσουμε, ώστε να τραγουδήσουν σε πολλά σχολεία για τη γιορτή της 28ης Οκτωβρίου; Πόσους υψίφωνους, μέσους και βαθύφωνους θα έχει κάθε ομάδα;



Λύση

60 υψίφωνοι

120 μέσοι

40 βαθύφωνοι

X : όμοιες ομάδες

θα σχηματίσουν και

X : θα έχει κάθε ομάδα :

$$40 : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$$

$$60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$$

$$120 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120$$

$$\text{ΜΚΔ} (40, 60, 120) = 20$$

Απάντηση: Θα φτιάξουν 20 ομάδες και κάθε ομάδα θα έχει 3 υψίφωνους, 6 μέσους και 2 βαθύφωνους.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Βοήθεια σε σεισμοπαθείς»

Στις 26 Δεκεμβρίου του 2003 ο καταστροφικός σεισμός που έγινε στο Ιράν, στην πόλη Βαμ, κατέστρεψε σχεδόν όλα τα σπίτια της πόλης και άφησε δεκάδες χιλιάδες άστεγους. Για να ανακουφίσουν τον πόνο των σεισμοπαθών όλες οι χώρες του κόσμου πρόσφεραν βοήθεια σε τρόφιμα, φάρμακα και είδη πρώτης ανάγκης. Για το σκοπό αυτό πολλά σχολεία της χώρας μας συγκέντρωσαν τρόφιμα και είδη πρώτης ανάγκης. Οι μαθητές και οι δάσκαλοι του Δημοτικού Σχολείου Βάρδας Ηλείας συγκέντρωσαν 96 κιλά αλεύρι, 24 κιλά ζάχαρη και 72 κιλά ρύζι. Οι μαθητές της Στ' τάξης προσπαθούν να υπολογίσουν πώς μπορούν να κάνουν όμοια πακέτα, το καθένα από τα οποία θα περιλαμβάνει ρύζι, ζάχαρη και αλεύρι, ώστε να βοηθήσουν όσο το δυνατόν περισσότερες οικογένειες σεισμοπαθών.



Φωτογραφία: Reuters

Λύση

Απάντηση:

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Θα βελτιώσει τη ζωή των ανθρώπων που θα την παραλάβουν η μικρή βοήθεια των παιδιών;
- Υπάρχουν διεθνείς οργανώσεις που να προσφέρουν βοήθεια σε τέτοιες περιπτώσεις;
- Εξαιρετικά στοιχεία φιλοξενούνται στη διεύθυνση www.unesco.org

