

**Μαθηματικά Ε΄**  
**Τεύχος 3ο**

**ΑΡΒΑΝΙΤΙΔΗΣ ΘΕΟΔΩΡΟΣ**

**ΣΠΥΡΙΔΩΝΙΔΗΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ**  
**ΑΚΡΙΒΟΠΟΥΛΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ**



# Γεωμετρία



## Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

### Σημείο

Με την άκρη του μολυβιού μου ακουμπώντας την σε ένα κομμάτι χαρτί αφήνω ένα σημάδι το οποίο το λέω **σημείο**.

Το σημείο το ονομάζω με ένα **κεφαλαίο γράμμα** που γράφω από πάνω:

π.χ. **A**  
·

### Ευθύγραμμο τμήμα

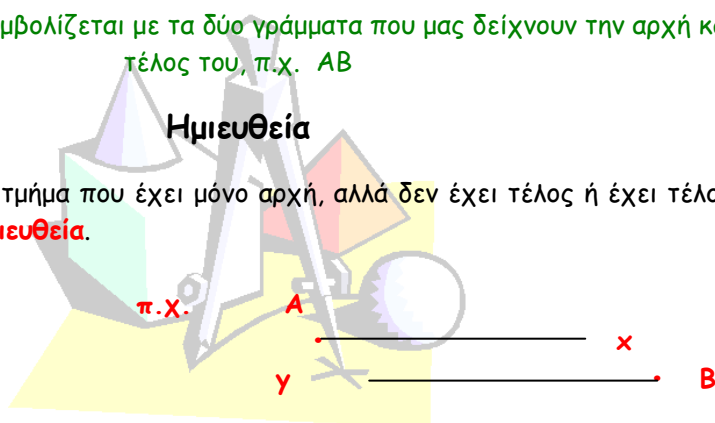
Το τμήμα της ευθείας γραμμής που ενώνει δύο σημεία, λέγεται **ευθύγραμμο τμήμα**. Στο ευθύγραμμο τμήμα γνωρίζω την αρχή και το τέλος του.

π.χ. **A** ————— **B**

Το ευθύγραμμο τμήμα συμβολίζεται με τα δύο γράμματα που μας δείχνουν την αρχή και το τέλος του, π.χ. **AB**

### Ημιευθεία

Ένα ευθύγραμμο τμήμα που έχει μόνο αρχή, αλλά δεν έχει τέλος ή έχει τέλος και δεν έχει αρχή, λέγεται **ημιευθεία**.



Η ημιευθεία συμβολίζεται με το κεφαλαίο γράμμα, που δηλώνει την αρχή ή το τέλος και ένα μικρό γράμμα, **Ax**, **γB** κ.λ.π.

### Ευθεία

Εάν προεκτείνω απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα, ώστε να μη γνωρίζω την αρχή και το τέλος του, το νέο σχήμα λέγεται **ευθεία**.

π.χ.  
**ε** —————

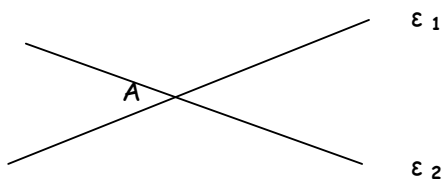
Την ευθεία την συμβολίζω με ένα μικρό γράμμα της αλφαβήτου.

### Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο :

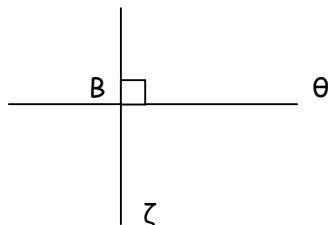
- Θα είναι παράλληλες  $x \parallel y$  : όσο και αν τις προεκτείνω, μεγαλώσω, δε θα συναντηθούν ποτέ.

————— x  
————— y

- Θα τέμνονται σε ένα σημείο : η ευθεία  $\epsilon_1$  τέμνει την  $\epsilon_2$  στο σημείο Α.

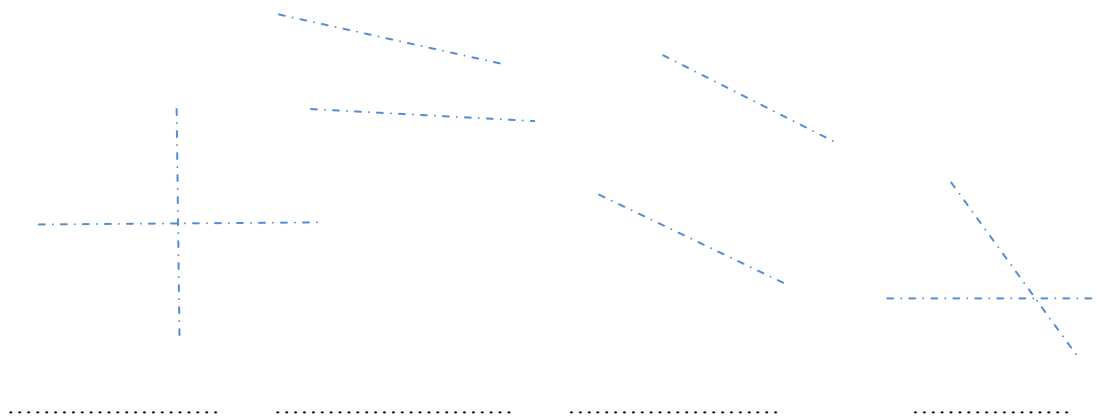


- Θα τέμνονται κάθετα : η ευθεία  $\theta$  τέμνει κάθετα την  $\zeta$  στο σημείο Β.



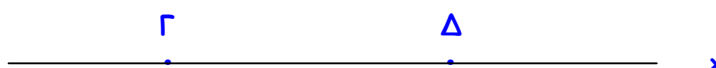
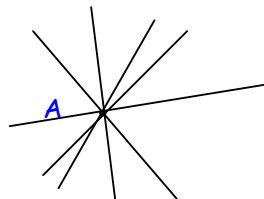
### Ασκήσεις

1. Να σχεδιάσεις δύο ευθύγραμμο τμήματα,  $ΑΒ = 4$  εκατ. και  $ΓΔ = 5,5$  εκατ.:
2. Να σχεδιάσεις δύο ημιευθείες  $Λχ$  και  $Κγ$  :
3. Να σχεδιάσεις δύο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  οι οποίες να είναι μεταξύ τους παράλληλες :
4. Να σχεδιάσεις δύο ευθείες  $\pi$  και  $\rho$  οι οποίες να είναι μεταξύ τους κάθετες :
5. Να σχεδιάσεις δύο ευθείες  $\sigma$  και  $\tau$  οι οποίες να τέμνονται στο σημείο  $\Psi$  :
6. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΕΖ = 5$  εκατ.. Από το σημείο  $Ε$  να σχεδιάσεις μία ημιευθεία  $Εχ$  η οποία να είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα  $ΕΖ$ . Από το σημείο  $Ζ$  να σχεδιάσεις μία ημιευθεία  $Ζγ$  η οποία να είναι κάθετη στο σημείο  $Ζ$ . Τι σχέση έχουν οι ημιευθείες  $Εχ$  και  $Ζγ$  ;
7. Να χαράξεις τέσσερις ευθείες. Η  $\alpha$  και η  $\beta$  να είναι παράλληλες. Η  $\gamma$  να τέμνει κάθετα τις  $\alpha$  και  $\beta$ . Η  $\delta$  να τέμνει πλάγια τις  $\gamma$ ,  $\beta$  και  $\alpha$ .
8. Ποιες ευθείες είναι τεμνόμενες και ποιες παράλληλες;



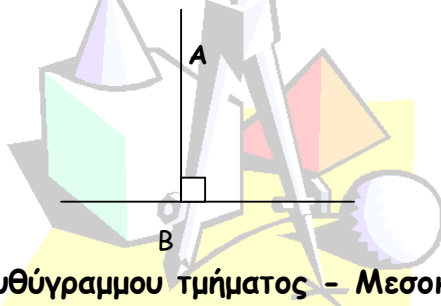
### Σχέση σημείου και ευθείας

Από ένα σημείο περνάνε άπειρες ευθείες, ενώ από δύο σημεία περνάει μόνο μία ευθεία.



### Απόσταση σημείου από ευθεία

Απόσταση σημείου από ευθεία **ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει κάθετα το σημείο με την ευθεία**. Από το σημείο  $A$  φέρνω την κάθετη στην ευθεία  $\epsilon$ . Το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  είναι η απόσταση του σημείου  $A$  από την ευθεία  $\epsilon$ .

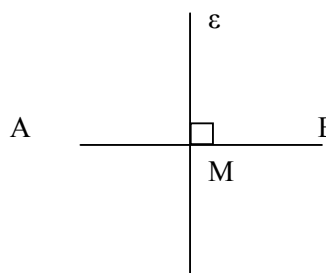
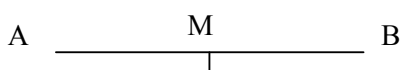


### Μέσο ευθύγραμμου τμήματος - Μεσοκάθετος

**Μέσο ευθυγράμμου τμήματος** είναι το σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ισαπέχει από τα άκρα του. Το μέσο είναι μοναδικό σημείο σε κάθε ευθύγραμμο τμήμα. Το σημείο  $M$  είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ .

**Μεσοκάθετος** ευθυγράμμου τμήματος είναι η ευθεία που διέρχεται από το μέσο του και σχηματίζει με το ευθύγραμμο τμήμα ορθή γωνία.

Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου έχει την ιδιότητα να ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος. Η ευθεία  $\epsilon$  είναι η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ .



### Ασκήσεις

1. Να σχεδιάσεις ένα τυχαίο σημείο Β και μία ευθεία ε. Να βρεις την απόσταση του σημείου αυτού από την ευθεία ε.
2. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $EZ = 5$  εκατ. να βρεις το σημείο Η το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος. Πόσο είναι το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων ΕΗ και ΗΖ ;
3. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΚΛ = 6$  εκατ.. Να βρεις το σημείο Μ το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος. Πόσο είναι το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων ΚΜ και ΜΛ ;
4. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΠΡ = 4,5$  εκατ. Να βρεις το σημείο Σ το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος. Πόσο είναι το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων ΠΣ και ΣΡ ;
5. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΑΒ = 7$  εκατ.. Από το σημείο Μ το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος να σχεδιάσεις την ευθεία ε η οποία θα είναι και μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.
6. Γράφω δίπλα πόσων μοιρών είναι καθεμιά από τις παρακάτω γωνίες :

• 2 ορθές = ..... μοίρες

•  $1\frac{1}{2}$  ορθές = ..... μοίρες

•  $\frac{1}{3}$  ορθής = ..... μοίρες

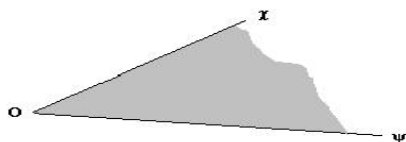
•  $\frac{1}{10}$  ορθής = ..... μοίρες

7. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΓΔ = 7,5$  εκατ. Να βρεις το σημείο Κ το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος. Πόσο είναι το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων ΓΚ και ΚΔ ;
8. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΚΛ = 8$  εκατ.. Από το σημείο Ξ το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος να σχεδιάσεις την ευθεία x η οποία θα είναι και μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ.
9. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $ΣΤ = 6,5$  εκατ. Από το σημείο Υ το οποίο βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος να σχεδιάσεις την ευθεία α η οποία θα είναι και μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος ΣΤ.



### Γωνία - Είδη γωνιών

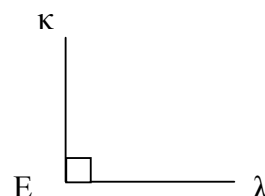
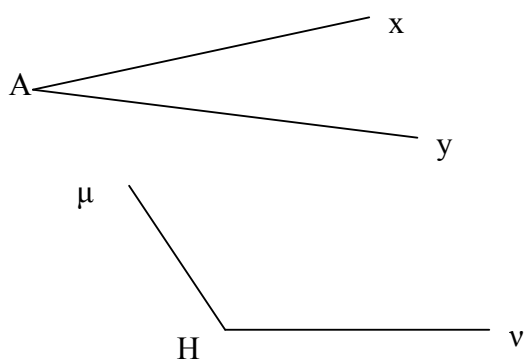
Γωνία είναι το σύνολο των σημείων που περιέχεται ανάμεσα σε δύο ημιευθείες με κοινή αρχή. Η κοινή αρχή λέγεται κορυφή της γωνίας. Την κορυφή της γωνίας τη συμβολίζουμε με κεφαλαίο γράμμα της αλφαβήτας.



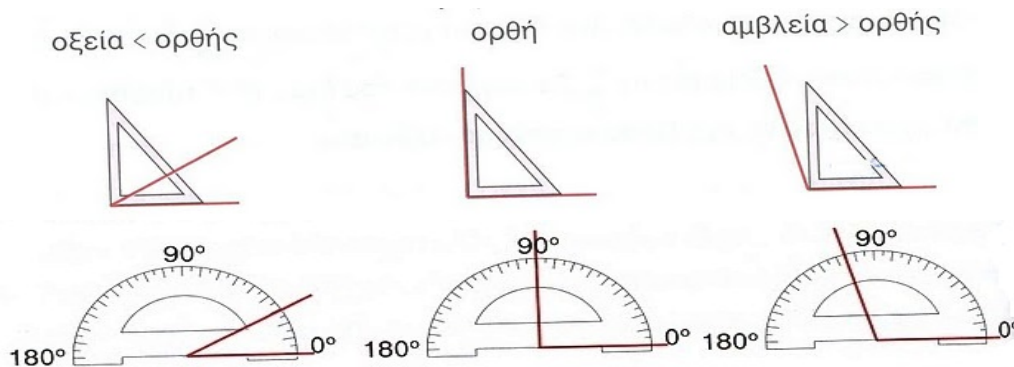
Γωνία ορισμένη από τις ημιευθείες  $Ox$  και  $Oy$ .

**Συμβολισμός :** Οι γωνίες συμβολίζονται συνήθως και με τα μικρά γράμματα  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\omega$  και από πάνω το γωνιακό σύμβολο  $\hat{\phantom{a}}$ . Π.χ.  $\hat{\varphi}$ ,  $\hat{\theta}$ .

**Μονάδα μέτρησης της γωνίας είναι η μοίρα.**



- Κάθε γωνία που είναι μικρότερη από  $90^\circ$  λέγεται **οξεία γωνία**. Η γωνία  $x\hat{A}y$  είναι οξεία γωνία.
- Κάθε γωνία που είναι ίση με  $90^\circ$  λέγεται **ορθή γωνία**. Η γωνία  $k\hat{E}l$  είναι ορθή γωνία.
- Κάθε γωνία μεγαλύτερη από  $90^\circ$  λέγεται **αμβλεία γωνία**. Η γωνία  $\mu\hat{H}\nu$  είναι αμβλεία γωνία.

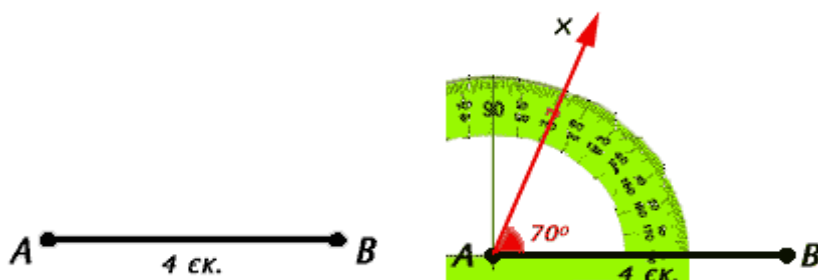


**Προσοχή :** Επειδή υπάρχουν δύο σειρές μετρήσεων στο μοιρογνυμόνιο. Τοποθετώ τις  $0^\circ$  στην πλευρά που αρχίζει η γωνία μου.

### Κατασκευή γωνίας

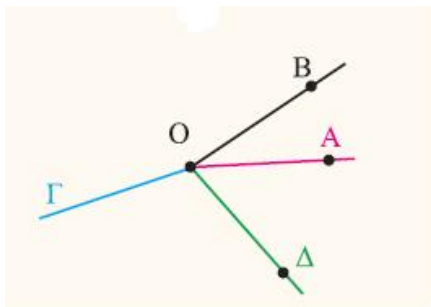
Για να κατασκευάσω μία γωνία πρέπει να ξέρω πόσες μοίρες είναι. Φτιάχνω τη βάση της γωνίας και σημειώνω την κορυφή της γωνίας. Κατόπιν τοποθετώ το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή και σημειώνω το μέτρο της γωνίας. Μετά ενώνω την κορυφή με το σημείο που μέτρησα ως μέτρο της γωνίας. Έτσι σχηματίζω τη γωνία που θέλω.

π.χ. Θέλω να κατασκευάσω μία γωνία  $70^\circ$ , με βάση το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  μήκους 4 εκατ. Πρώτα σχεδιάζω το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ . Με κορυφή το  $A$  τοποθετώ το μοιρογνωμόνιό μου και σημαδεύω τις  $70^\circ$ . Ενώνω το σημείο  $A$  με το σημάδι και σχηματίζω τη γωνία των  $70^\circ$ .



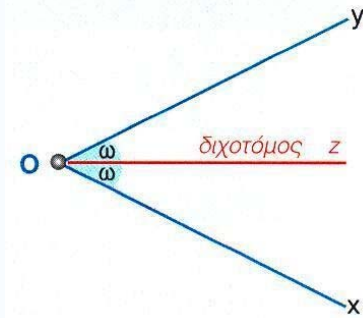
### Ασκήσεις

1. Να σχεδιάσεις και να ονομάσεις τρεις γωνίες. Μία οξεία, μία ορθή και μία αμβλεία γωνία.
2. Να σχεδιάσεις μία οξεία γωνία  $\nu\hat{H}\mu = 45^\circ$ .
3. Να σχεδιάσεις μία ορθή γωνία  $\kappa\hat{E}\lambda$ .
4. Να σχεδιάσεις μία αμβλεία γωνία  $\chi\hat{A}\gamma = 130^\circ$ .
5. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma\Delta = 5$  εκατ. Με κορυφή το σημείο  $\Gamma$  και πλευρά το ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma\Delta$ , να σχεδιάσεις μία οξεία γωνία  $75^\circ$ .
6. Σχηματίζω μια γωνία με άνοιγμα  $45^\circ$ , μια άλλη με άνοιγμα  $60^\circ$  και μια τρίτη με άνοιγμα  $90^\circ$ .
7. Να ονομάσεις τις παρακάτω γωνίες :



### Γωνία - Διχοτόμος γωνίας

Η διχοτόμος ευθεία ή απλά διχοτόμος μιας γωνίας στην ευκλείδεια γεωμετρία είναι μια ημιευθεία που ξεκινά από την κορυφή της γωνίας, βρίσκεται στο εσωτερικό της και την χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

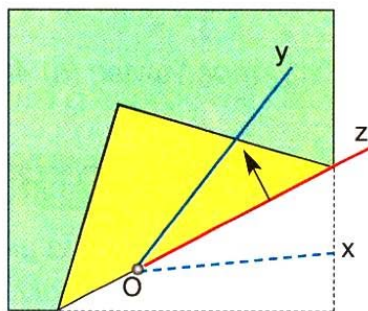


Η γωνία  $x\hat{O}y$ , έχει την  $Oz$  διχοτόμο της.  
Η γωνία  $\hat{O}$  χωρίζεται σε δύο ίσες γωνίες.

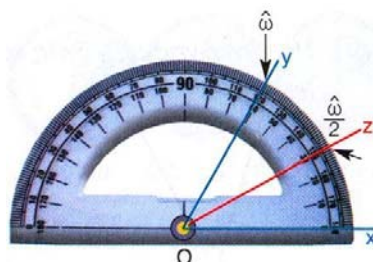
### Κατασκευή Διχοτόμου γωνίας

Για να κατασκευάσω τη διχοτόμο ακολουθώ τους παρακάτω τρόπους :

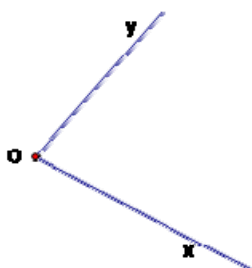
1. Σχεδιάζω τη γωνία σε ένα φύλλο χαρτιού. Κατόπιν διπλώνω το χαρτί έτσι ώστε η ευθεία της τσάκισης να περάσει από την κορυφή της γωνίας και ταυτόχρονα η μία πλευρά της γωνίας να συμπέσει με την άλλη πλευρά της. Η γραμμή που σχηματίζεται στο δίπλωμα του χαρτιού είναι και η διχοτόμος της γωνίας.



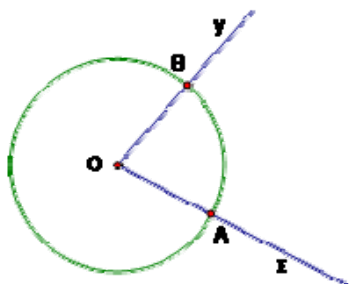
2. Μετρώ τη γωνία  $x\hat{O}y$  και βρίσκουμε το μέτρο της. Με το μοιρογνωμόνιο βρίσκω και σηματοδεύω το μέσο της γωνίας  $x\hat{O}y$ . Κατόπιν ενώνω και σχηματίζω τη διχοτόμο της γωνίας.



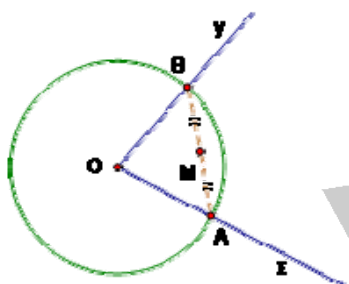
3. Ακολουθώ με προσοχή τα παρακάτω βήματα :



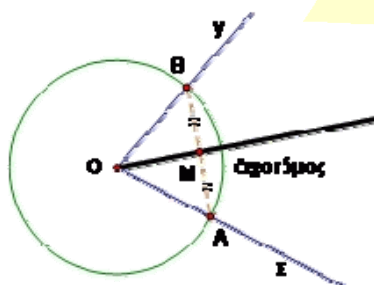
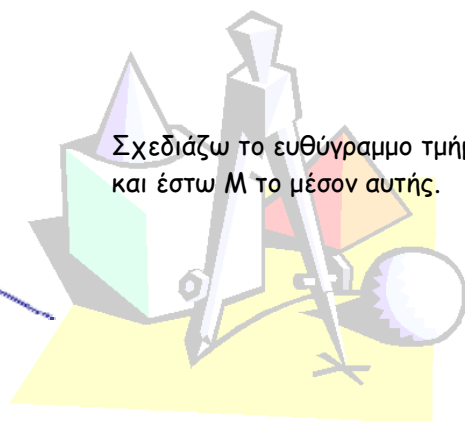
Η  $\widehat{XOY}$  γωνία την οποία θα διχοτομήσουμε.



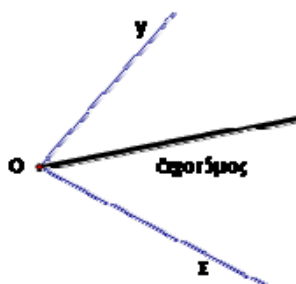
Με κέντρο το σημείο  $O$  γράφουμε τυχαίο κύκλο. Έστω  $A$  και  $B$  τα σημεία τομής του κύκλου με τις πλευρές τις γωνίας.



Σχεδιάζω το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  (χορδή του κύκλου) και έστω  $M$  το μέσον αυτής.



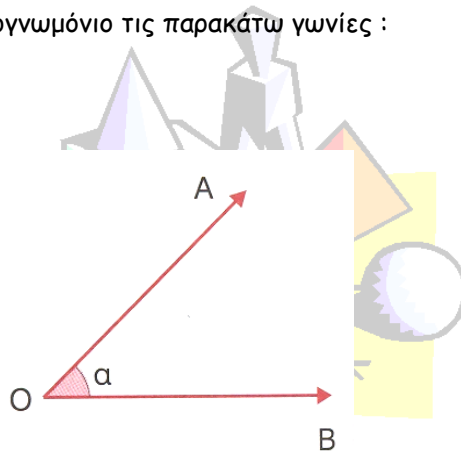
Σχεδιάζω την ημιευθεία η οποία ξεκινάει από το  $O$  και περνάει από το σημείο  $M$ . Η ημιευθεία διχοτομεί την γωνία  $\widehat{XOY}$ .



Αφού σβήσω τον κύκλο που σχεδίασα, τα σημεία και τα ευθύγραμμα τμήματα μένει μόνο η διχοτόμος που σχεδίασα.

### Ασκήσεις

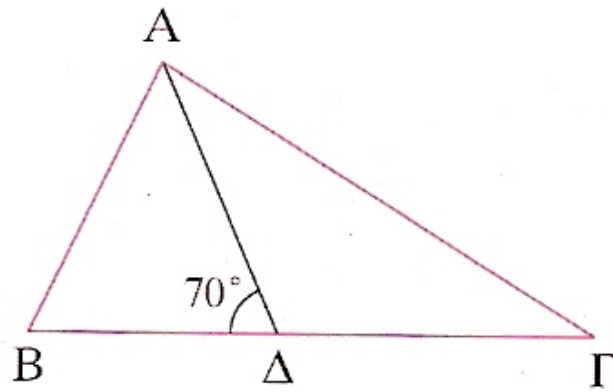
1. Να σχεδιάσεις μία γωνία  $80^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τη διχοτόμο αυτής της γωνίας.
2. Να σχεδιάσεις μία γωνία  $\widehat{\alpha} = 90^\circ$ . Να σχεδιάσεις τη διχοτόμο  $Oz$  αυτής της γωνίας.
3. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB = 5$  εκατ.. Με κορυφή το σημείο  $A$ , να σχεδιάσεις μία γωνία  $70^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τη διχοτόμο της γωνίας  $\hat{A}$ .
4. Να σχεδιάσεις μία γωνία  $140^\circ$  και κατόπιν να σχεδιάσεις τη διχοτόμο αυτής της γωνίας.
5. Να σχεδιάσεις μία γωνία  $40^\circ$  και κατόπιν να σχεδιάσεις τη διχοτόμο αυτής της γωνίας.
6. Να σχεδιάσεις μία γωνία  $120^\circ$  και κατόπιν να σχεδιάσεις τη διχοτόμο αυτής της γωνίας.
7. Να σχεδιάσεις μία γωνία  $60^\circ$  και κατόπιν να σχεδιάσεις τη διχοτόμο αυτής της γωνίας.
8. Μετρήστε με το μοιρογνωμόνιο τις παρακάτω γωνίες :



$$\hat{\alpha} = \dots\dots$$

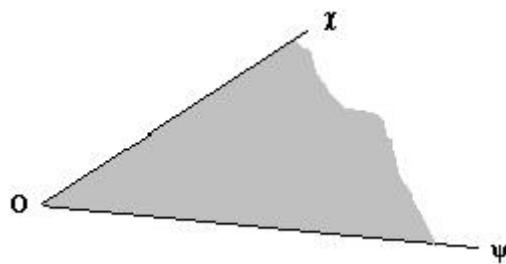


$$\hat{\delta} = \dots\dots$$

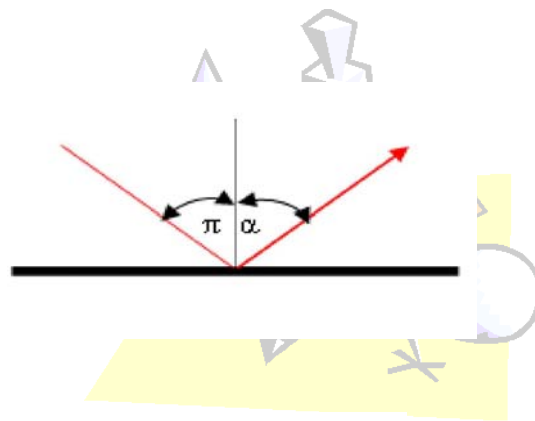


$\widehat{B} = \dots\dots\dots$

$\widehat{\Gamma} = \dots\dots\dots$

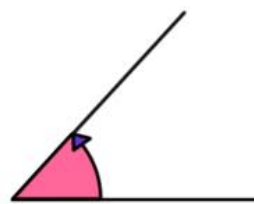


$x\hat{o}\psi = \dots\dots\dots$



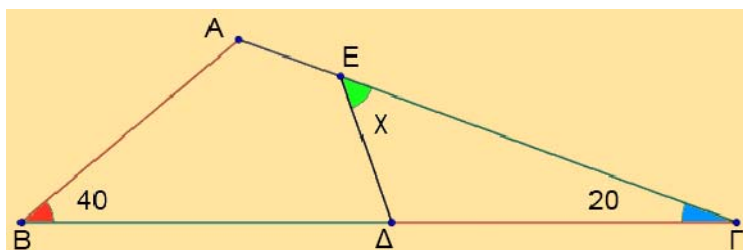
$\hat{\pi} = \dots\dots\dots$

$\hat{\alpha} = \dots\dots\dots$



$\hat{\kappa} = \dots\dots\dots$

K



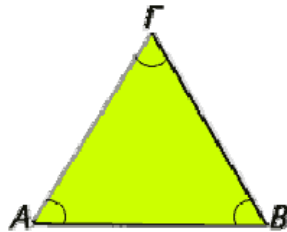
$\widehat{A} = \dots\dots\dots$

$\widehat{X} = \dots\dots\dots$

## Τρίγωνο

### Στοιχεία του τριγώνου

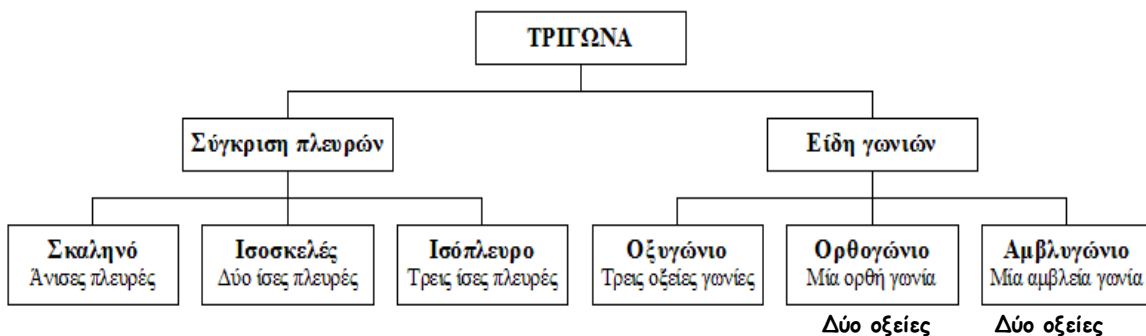
Κάθε τρίγωνο έχει :



- ❖ Τρεις πλευρές : ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ.
- ❖ Τρεις γωνίες :  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{\Gamma}$ .
- ❖ Τρεις κορυφές : Α, Β, Γ.

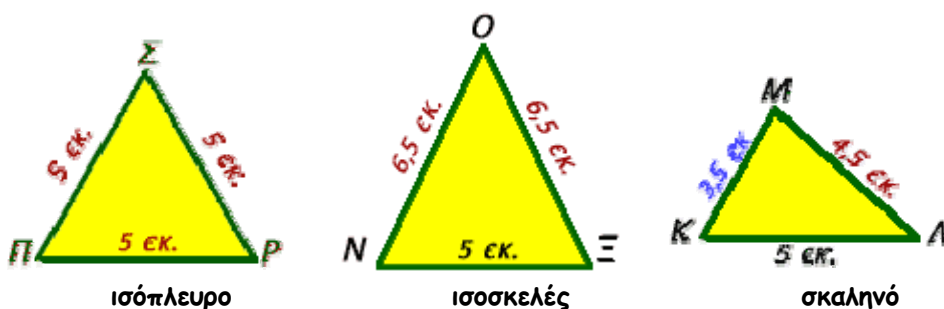


### Ταξινόμηση τριγώνων



### Α) Κατάταξη τριγώνων σύμφωνα με τις πλευρές

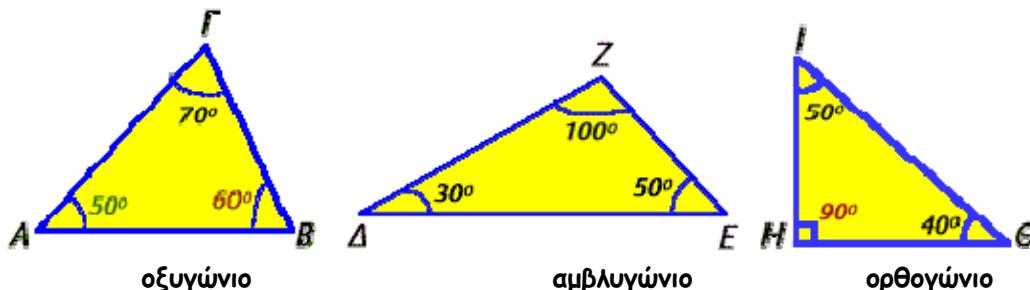
- Ισόπλευρο είναι το τρίγωνο που έχει και τις **τρεις πλευρές του ίσες**. ( ΠΡΣ ).
- Ισοσκελές είναι το τρίγωνο που έχει **δύο μόνο πλευρές του ίσες**. ( ΝΕΟ ).
- Σκαληνό είναι το τρίγωνο που έχει τις **τρεις πλευρές του άνισες**. ( ΚΛΜ ).



Το ισόπλευρο έχει 3 ίσες γωνίες = 60°  
Το ισοσκελές έχει τις δύο γωνίες βάσης ίσες.

**Β) Κατάταξη τριγώνων σύμφωνα με τις γωνίες τους**

- Οξυγώνιο τρίγωνο είναι το τρίγωνο που έχει **όλες τις γωνίες του οξείες**.
- Αμβλυγώνιο τρίγωνο είναι το τρίγωνο που έχει **μία του γωνία αμβλεία**.
- Ορθογώνιο τρίγωνο είναι το τρίγωνο που έχει **μία ορθή γωνία**.

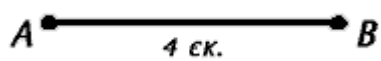


**Κατασκευή τριγώνου**

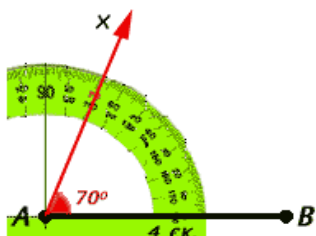
Για να κατασκευάσω ένα τρίγωνο πρέπει :

❖ Να γνωρίζω δύο του πλευρές και την περιεχόμενη σ' αυτές γωνία.

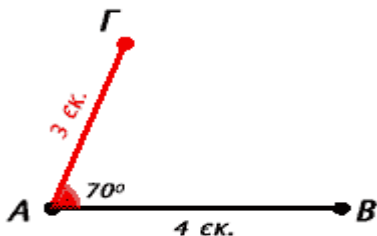
π.χ. Να κατασκευάσεις το τρίγωνο  $AB\Gamma$ , που έχει  $AB = 4$  εκ.,  $A\Gamma = 3$  εκ. και γωνία  $\hat{A} = 70^\circ$ .



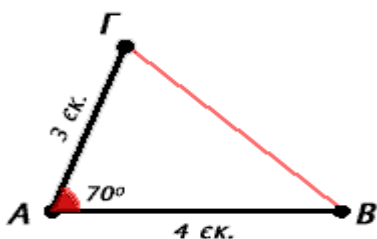
Σχεδιάζω το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  μήκους 4 εκατ.



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή  $A$  και κατασκευάζουμε τη γωνία  $\hat{A} = 70^\circ$ .



Μετράμε με το χάρακα πάνω στην πλευρά  $A\chi$  3 εκ. και σημειώνουμε την κορυφή  $\Gamma$ .

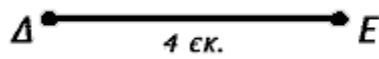


Ενώνουμε τις κορυφές  $B$  και  $\Gamma$ .



❖ Να γνωρίζω τη βάση του και τις δύο γωνίες που βρίσκονται σ' αυτή.

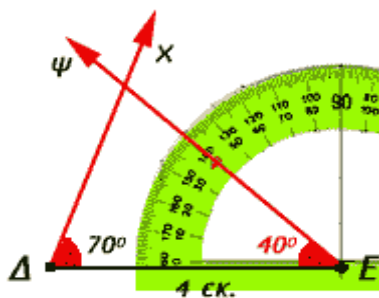
π.χ. Να κατασκευάσεις το τρίγωνο ΔΕΖ, που έχει ΔΕ = 4 εκ., γωνία  $\widehat{\Delta} = 70^\circ$  και γωνία  $\widehat{E} = 40^\circ$ .



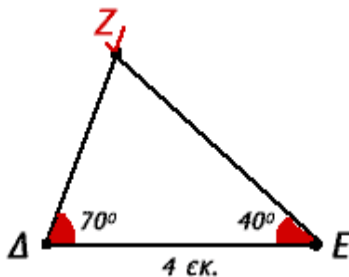
Χαράζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ = 4 εκ.



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή Δ και κατασκευάζουμε τη γωνία  $\widehat{\Delta} = 70^\circ$ .



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή Ε και κατασκευάζουμε τη γωνία  $\widehat{E} = 40^\circ$ .



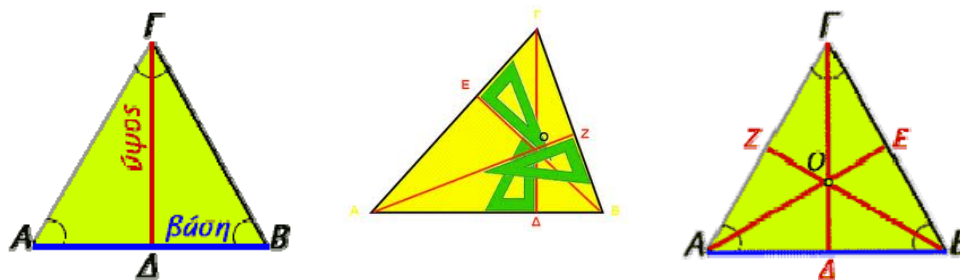
Στο σημείο που τέμνονται οι πλευρές ΔΧ και ΕΨ των γωνιών σημειώνουμε την κορυφή Ζ.

### Ασκήσεις

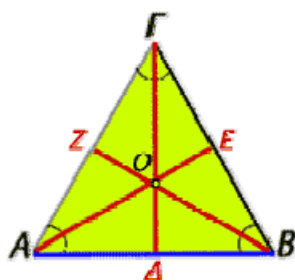
1. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά ΑΒ = 5 εκατ., η ΓΑ = 4 εκατ. και η γωνία  $\widehat{A} = 45^\circ$ .
2. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά ΑΒ = 4 εκατ. και γωνίες  $\widehat{A} = 65^\circ$  και  $\widehat{B} = 55^\circ$ .

3. Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά του ΑΒ = 6 εκατ.
4. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά ΑΒ = 4 εκατ.. Η γωνία  $\widehat{A} = 55^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 55^\circ$ .
5. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά ΑΒ = 5 εκατ. η γωνία  $\widehat{A} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 45^\circ$ .
6. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο ΔΕΖ. Η πλευρά ΔΕ = 4,5 εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 75^\circ$  και η πλευρά ΖΔ = 5 εκατ.
7. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο ΔΕΖ. Η πλευρά ΔΕ = 5 εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 120^\circ$  και η γωνία  $\widehat{E} = 45^\circ$ .
8. Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά του ΑΒ = 5 εκατ.
9. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά ΑΒ = 5 εκατ.. Η γωνία  $\widehat{A} = 70^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 70^\circ$ .
10. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ. Η πλευρά ΑΒ = 4 εκατ. η γωνία  $\widehat{A} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 65^\circ$ .
11. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο ΔΕΖ. Η πλευρά ΔΕ = 5 εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 65^\circ$  και η πλευρά ΔΖ = 4,5 εκατ.
12. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο ΔΕΖ. Η πλευρά ΔΕ = 6 εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 85^\circ$  και η πλευρά ΔΖ = 6,5 εκατ.
13. Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο μια από τις οξείες γωνίες του είναι 40 μοίρες. Να βρεθούν οι άλλες δυο γωνίες του.
14. Σ' ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία της κορυφής είναι 70 μοίρες. Πόσο είναι το άνοιγμα της καθεμιάς από τις άλλες γωνίες του ; ( Να κατασκευαστεί το τρίγωνο ).
15. Υπογραμμίζω τις σωστές προτάσεις από τις παρακάτω :
  - α ) Κάθε ισόπλευρο τρίγωνο είναι και ισογώνιο.
  - β ) Κάθε σκαληνό τρίγωνο έχει δυο πλευρές ίσες.
  - γ ) Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μια ορθή γωνία.
  - δ ) Κάθε ισοσκελές τρίγωνο έχει και τις τρεις γωνίες του ίσες.

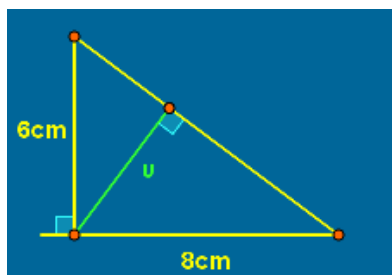
Ύψος του τριγώνου



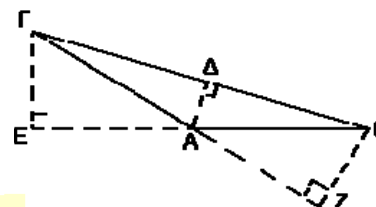
Από την κορυφή Γ φέρνουμε κάθετο στην πλευρά ΑΒ. Αυτή τέμνει την ΑΒ στο σημείο Δ. Το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ είναι το ύψος του τριγώνου και η πλευρά ΑΒ η βάση του. Σε κάθε τρίγωνο μπορούμε να φέρουμε τρία ύψη από τις τρεις κορυφές. Αν χαράξουμε τα τρία ύψη (ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ) του τριγώνου ΑΒΓ παρατηρούμε ότι τέμνονται στο σημείο Ο.



**Οξυγώνιο τρίγωνο :**  
Τα ύψη συναντώνται στο σημείο Ο, το οποίο βρίσκεται μέσα στο τρίγωνο.



**Ορθογώνιο τρίγωνο :** Τα ύψη συναντώνται στο σημείο το οποίο βρίσκεται η ορθή γωνία του τριγώνου.

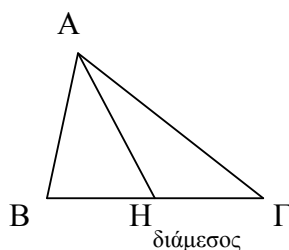


**Αμβλυγώνιο τρίγωνο :** Τα ύψη συναντώνται σε σημείο το οποίο βρίσκεται έξω από το τρίγωνο.

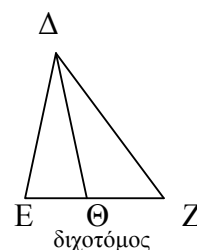
Διχοτόμος - Διάμεσος ενός τριγώνου

**Διάμεσος ή Διάμεσο** ονομάζουμε το ευθύγραμμο που ενώνει την κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς. Σε κάθε τρίγωνο ορίζονται τρεις διάμεσοι, που διέρχονται από ένα κοινό σημείο το οποίο ονομάζεται κέντρο βάρους του τριγώνου.

**Διχοτόμος ή Διχοτόμο** ονομάζουμε την ευθύγραμμο τμήμα που χωρίζει την γωνία του τριγώνου σε δύο ίσα μέρη. Σε κάθε τρίγωνο ορίζονται τρεις διχοτόμοι, που διέρχονται από ένα κοινό σημείο το οποίο ονομάζεται έγκεντρο του τριγώνου.



AH = Διάμεσος,



ΔΘ = Διχοτόμος της γωνίας Δ

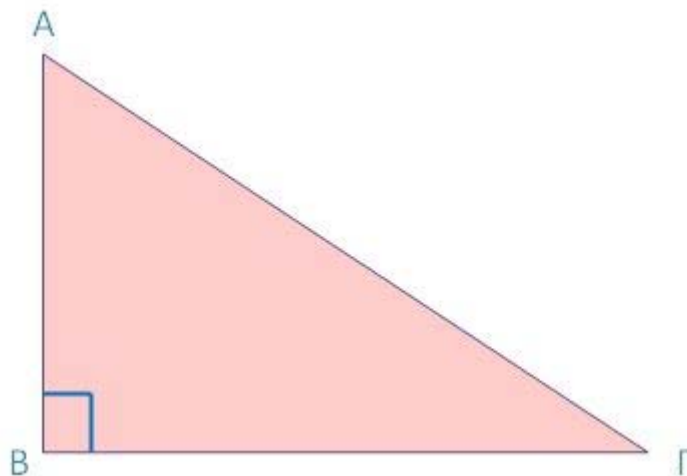
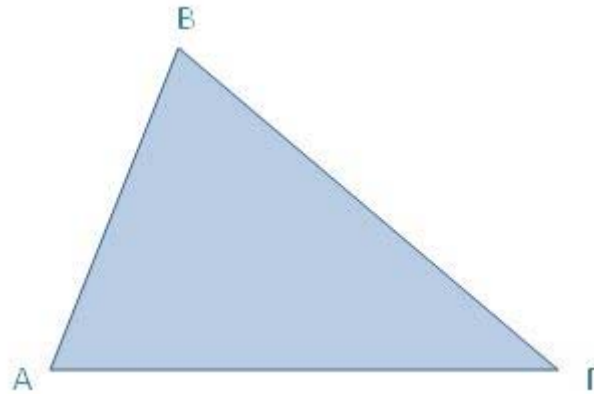
### Ασκήσεις

1. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 4$  εκατ., η  $ΓΑ = 5$  εκατ. και η γωνία  $\widehat{Α} = 55^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
2. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 4$  εκατ., η  $ΓΑ = 5$  εκατ. και η γωνία  $\widehat{Α} = 55^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
3. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 5$  εκατ. και γωνίες  $\widehat{Α} = 75^\circ$  και  $\widehat{Β} = 65^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
4. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 5$  εκατ. και γωνίες  $\widehat{Α} = 75^\circ$  και  $\widehat{Β} = 65^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
5. Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά του  $ΑΒ = 5$  εκατ. Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
6. Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά του  $ΑΒ = 5$  εκατ. Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
7. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 4,5$  εκατ.. Η γωνία  $\widehat{Α} = 45^\circ$  και η γωνία  $\widehat{Β} = 45^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
8. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 4,5$  εκατ.. Η γωνία  $\widehat{Α} = 45^\circ$  και η γωνία  $\widehat{Β} = 85^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
9. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 5$  εκατ. η γωνία  $\widehat{Α} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{Β} = 55^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
10. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Η πλευρά  $ΑΒ = 5$  εκατ. η γωνία  $\widehat{Α} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{Β} = 55^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.

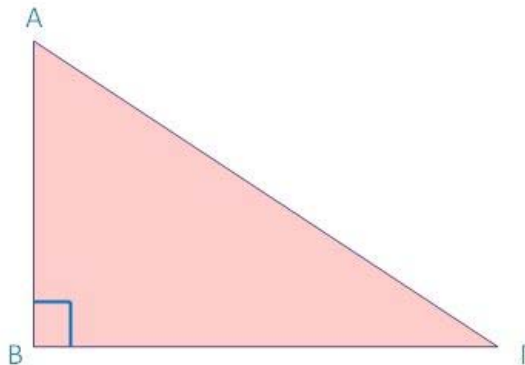
11. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $\Delta EZ$ . Η πλευρά  $\Delta E = 4$  εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 65^\circ$  και η πλευρά  $\Delta Z = 5$  εκατ. Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
12. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $\Delta EZ$ . Η πλευρά  $\Delta E = 4$  εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 65^\circ$  και η πλευρά  $Z\Delta = 5$  εκατ. Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
13. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $\Delta EZ$ . Η πλευρά  $\Delta E = 4$  εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 130^\circ$  και η γωνία  $\widehat{E} = 35^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
14. Να σχεδιάσεις ένα τρίγωνο  $\Delta EZ$ . Η πλευρά  $\Delta E = 4$  εκατ., η γωνία  $\widehat{\Delta} = 110^\circ$  και η γωνία  $\widehat{E} = 35^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
15. Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά του  $AB = 6$  εκατ. Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
16. Να σχεδιάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά του  $AB = 8$  εκατ. Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
17. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά  $AB = 4,5$  εκατ.. Η γωνία  $\widehat{A} = 75^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 75^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
18. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά  $AB = 4,5$  εκατ.. Η γωνία  $\widehat{A} = 75^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 75^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
19. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά  $AB = 6$  εκατ. η γωνία  $\widehat{A} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 45^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τα ύψη του τριγώνου.
20. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά  $AB = 6$  εκατ. η γωνία  $\widehat{A} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 45^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διαμέσους του τριγώνου.
21. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Η πλευρά  $AB = 6$  εκατ. η γωνία  $\widehat{A} = 90^\circ$  και η γωνία  $\widehat{B} = 50^\circ$ . Κατόπιν να σχεδιάσεις τις διχοτόμους του τριγώνου.

22. Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΚΛΜ με κάθετες ΚΛ = ΛΜ = 2εκ.

23. Στα παρακάτω τρίγωνα να σχεδιάσεις τα ύψη τους :

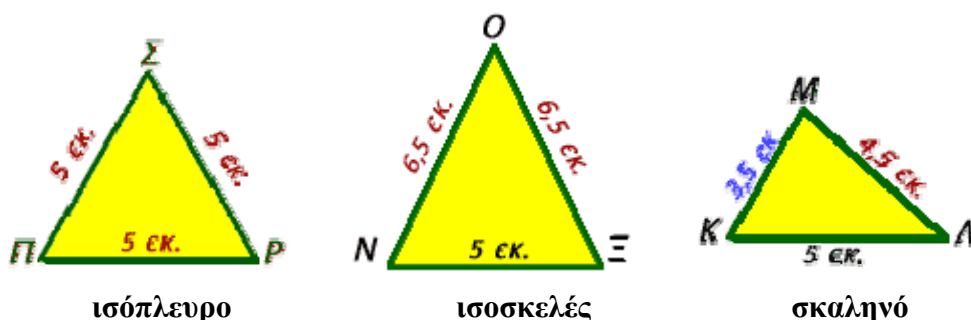


24. Στο παρακάτω τρίγωνο να σχεδιάσεις τις διαμέσους του :



### Περίμετρος του τριγώνου

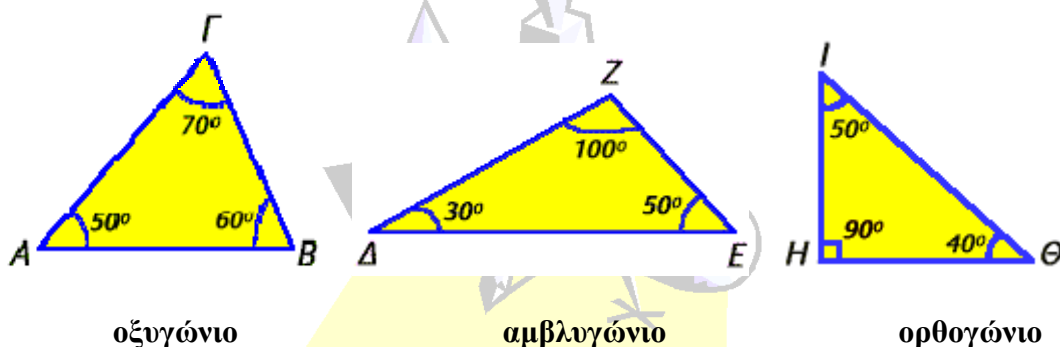
Το άθροισμα των μηκών των πλευρών ενός τριγώνου λέγεται περίμετρος.



Τρίγωνο ΠΡΣ : ΠΡ + ΡΣ + ΣΠ = 5 + 5 + 5 = 15 εκατ.  
 Τρίγωνο ΝΞΟ : ΝΞ + ΞΟ + ΟΝ = 5 + 6,5 + 6,5 = 18 εκατ.  
 Τρίγωνο ΚΛΜ : ΚΛ + ΛΜ + ΜΚ = 5 + 4,5 + 3,5 = 13 εκατ.

### Άθροισμα γωνιών τριγώνου

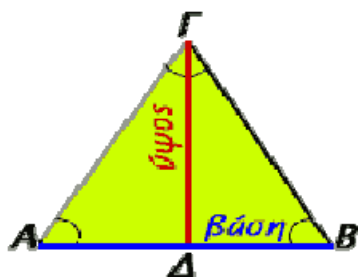
Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°.



τρίγωνο ΑΒΓ :  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 50^\circ + 60^\circ + 70^\circ = 180^\circ$   
 τρίγωνο ΔΕΖ :  $\hat{\Delta} + \hat{E} + \hat{Z} = 30^\circ + 50^\circ + 100^\circ = 180^\circ$   
 τρίγωνο ΗΘΙ :  $\hat{H} + \hat{\Theta} + \hat{I} = 90^\circ + 40^\circ + 50^\circ = 180^\circ$

### Εμβαδό τριγώνου

Για να βρω το Εμβαδό ενός τριγώνου πρέπει να ξέρω τη βάση του και το ύψος του. Αν τα γνωρίζω αυτά, τότε αντικαθιστώ στον τύπο :



$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} \quad (\beta = \text{βάση}, \upsilon = \text{ύψος}),$$

$$E = \frac{AB \cdot \Gamma\Delta}{2}$$

### Ασκήσεις

1. Έχω ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΠΡΣ το οποίο έχει  $ΠΡ = 4,5$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος αυτού του τριγώνου ;
2. Έχω ένα ισοσκελές τρίγωνο ΝΞΟ το οποίο έχει  $ΝΞ = 5$  εκατ. και  $ΞΟ = ΟΝ = 6$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος αυτού του τριγώνου;
3. Έχω ένα τρίγωνο ΚΛΜ το οποίο έχει  $ΚΛ = 5,6$  εκατ.,  $ΛΜ = 6,4$  εκατ. και  $ΜΚ = 10$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος αυτού του τριγώνου ;
4. Ένα οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $\hat{Α} = 65^\circ$  και  $\hat{Β} = 55^\circ$ . Πόσες μοίρες είναι η γωνία  $\hat{\Gamma}$  ;
5. Ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $\hat{Α} = 125^\circ$  και  $\hat{Β} = 25^\circ$ . Πόσες μοίρες είναι η γωνία  $\hat{\Gamma}$  ;
6. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $\hat{Α} = 25^\circ$  και  $\hat{Β} = 90^\circ$ . Πόσες μοίρες είναι η γωνία  $\hat{\Gamma}$  ;
7. Ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Πόσες μοίρες είναι οι γωνίες του ;
8. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η βάση του  $ΑΒ = 5$  εκατ. και το ύψος του  $ΓΔ = 4$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ;
9. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η βάση του  $ΑΒ = 6$  εκατ. και το ύψος του  $ΓΔ = 3$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ;
10. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η βάση του  $ΑΒ = 4$  εκατ. και το ύψος του  $ΓΔ = 2,5$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ;
11. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η βάση του  $ΑΒ = 5,5$  εκατ. και το ύψος του  $ΓΔ = 4,5$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ;
12. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρά  $ΑΒ = 5$  εκατ.,  $ΒΓ = 4$  εκατ. και  $ΓΑ = 4,5$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος αυτού του τριγώνου ; Αν το ύψος του είναι  $ΑΔ = 3,5$  εκατ., πόσο είναι το εμβαδόν του ;
13. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $ΑΒ = 6$  εκατ. Αν το ύψος του είναι  $ΑΔ = 5,5$  εκατ., να υπολογίσεις πόση είναι η περίμετρος του και πόσο είναι το εμβαδόν του.
14. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχει  $ΑΒ = 4,5$  εκατ.,  $ΒΓ = 5$  εκατ. και  $ΓΑ = 6$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του και πόσο είναι το εμβαδόν του ; ( $\hat{Α} = 90^\circ$ )
15. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά  $ΑΒ = 8$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του; Αν το ύψος του είναι  $ΑΔ = 7,5$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ;



16. Να υπολογίσεις το εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές :

- 4 εκατ. και 5 εκατ.
- 5 εκατ. και 4 εκατ.
- 6 εκατ. και 7 εκατ.
- 4 εκατ. και 6 εκατ.

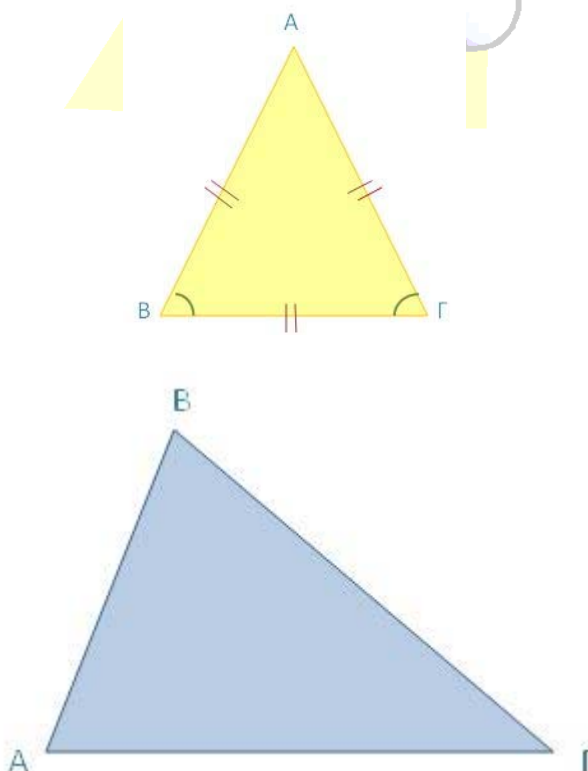
17. Ο κ. Θόδωρος αγόρασε ένα οικόπεδο το οποίο είχε σχήμα τριγωνικό. Η πρώτη πλευρά έχει μήκος 15 μέτρα, η δεύτερη πλευρά 16 μέτρα και η τρίτη 17 μέτρα. Πόσα μέτρα σήτα θα χρειαστεί για να περιφράξει το οικόπεδό του ; Αν τοποθετήσει ανά δύο μέτρα κολωνάκια για να στηρίξει τη σήτα, πόσα κολωνάκια θα χρειαστεί ;

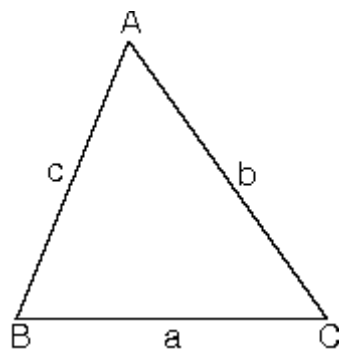
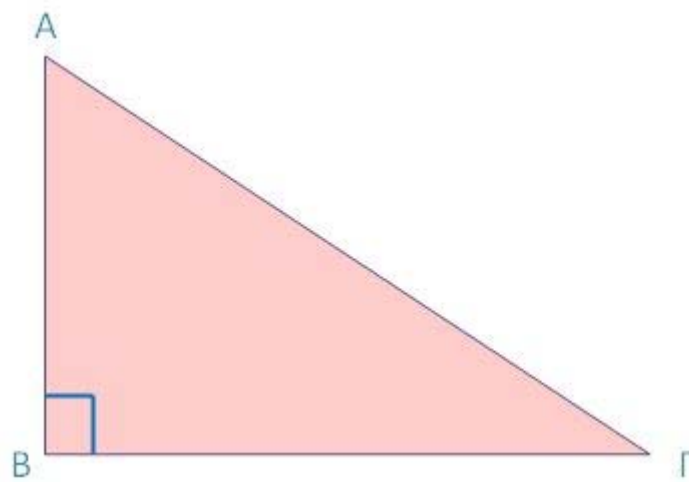
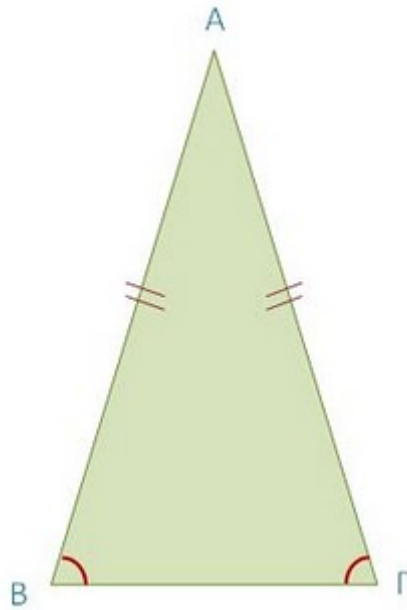
18. Φτιάξαμε στην αυλή του σχολείου ένα παρτέρι το οποίο έχει τριγωνικό σχήμα. Έχει βάση 10 μέτρα και ύψος 8 μέτρα. Πόσο είναι το εμβαδό του παρτεριού ; Αν θέλουμε να φυτέψουμε γκαζόν και για κάθε τ.μ. χρειαζόμαστε 100 γραμ., πόσα κιλά γκαζόν θα χρειαστούμε για να φυτέψουμε ολόκληρο το παρτέρι ;

19. Σε ένα οικόπεδο με σχήμα ορθογωνίου τριγώνου, οι κάθετες πλευρές του, έχουν μήκος 15 μέτρα και 24 μέτρα. Πόσα χρήματα θα πρέπει να πληρώσει κάποιος που το αγόρασε προς 1.200 ευρώ το τετραγωνικό μέτρο ;

20. Μια αυλή με σχήμα ισοπλεύρου τριγώνου, έχει περίμετρο 120 μέτρα και ύψος 28 μέτρα. Πόσο θα στοιχίσει να στρώσουμε με πλακάκια την αυλή αυτή, αν το κάθε τετραγωνικό μέτρο πλακάκια στοιχίζει 18 ευρώ ;

21. Να μετρήσεις τις πλευρές των παρακάτω τριγώνων και να βρεις τις περιμέτρους τους:

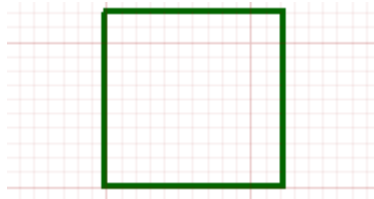




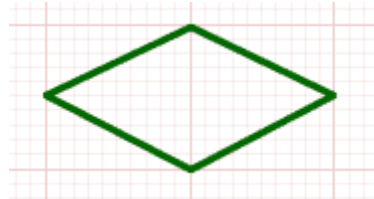
### Τετράπλευρα

Τα τετράπλευρα τα χωρίζουμε σε τρεις κατηγορίες :

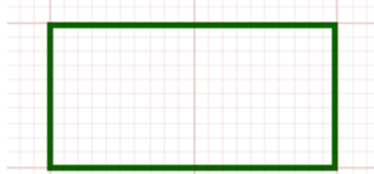
- **Παραλληλόγραμμα :**



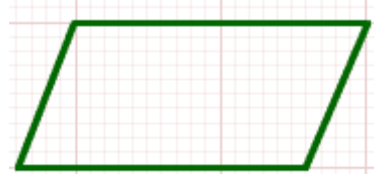
τετράγωνο



ρόμβος



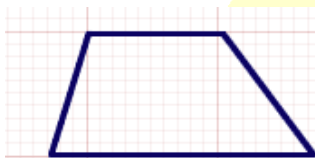
ορθογώνιο παραλληλόγραμμα



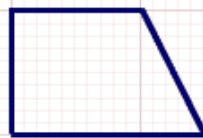
πλάγιο παραλληλόγραμμα

Έχουν όλες τις απέναντι πλευρές τους παράλληλες.

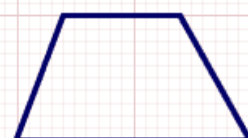
- **Τραπέζια :**



απλό τραπέζιο



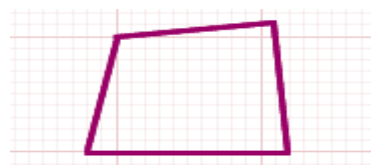
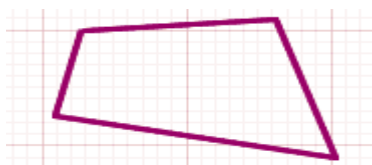
ορθογώνιο τραπέζιο



ισοσκελές τραπέζιο

Έχουν τις δύο μόνο απέναντι πλευρές τους παράλληλες.

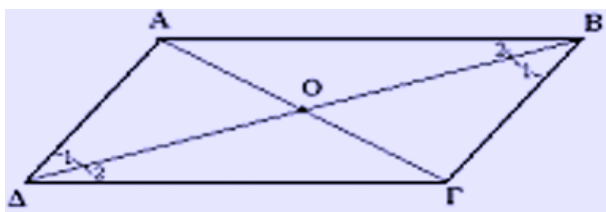
- **Απλό τετράπλευρο :**



Τα απλά τετράπλευρα δεν είναι ούτε παραλληλόγραμμα ούτε τραπέζια

### Βασικά στοιχεία παραλληλογράμμων

- Έχουν τέσσερις κορυφές.  $A, B, \Gamma, \Delta$ .
- Έχουν τέσσερις πλευρές.  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ .
- Έχουν τέσσερις γωνίες.  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}, \hat{\Delta}$ .
- Έχουν δύο διαγώνιες.  $A\Gamma, B\Delta$ .



### Βασικές ιδιότητες παραλληλογράμμων

- Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.
- Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει όλες τις γωνίες του ορθές.
- Μία διαγώνιος χωρίζει το παραλληλόγραμμο σε δύο ίσα τρίγωνα.
- Το τετράγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες και οι γωνίες του είναι ορθές.
- Ο ρόμβος έχει όλες του τις πλευρές ίσες και τις απέναντι γωνίες του ίσες.

### Άθροισμα γωνιών παραλληλογράμμων

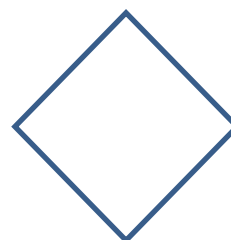


Χαράζω τη **διαγώνιο**  $A\Gamma$  και το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  χωρίζεται σε δύο τρίγωνα,  $AB\Gamma$  και  $A\Delta\Gamma$ , άρα  $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ .

**Διαγώνιος** είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις απέναντι γωνίες του τετράπλευρου και δεν είναι πλευρά.

### Ασκήσεις

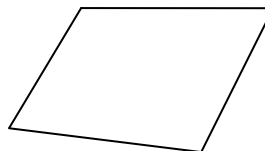
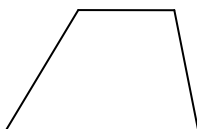
1. Ονόμασε τα παρακάτω τετράπλευρα :



.....

.....

.....

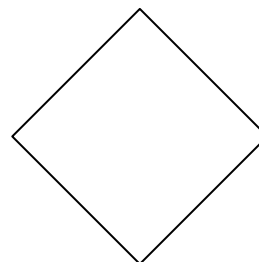


.....

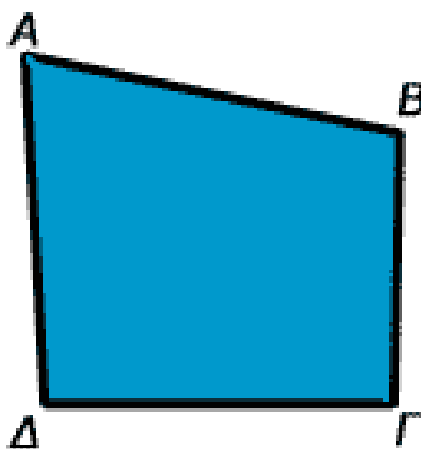
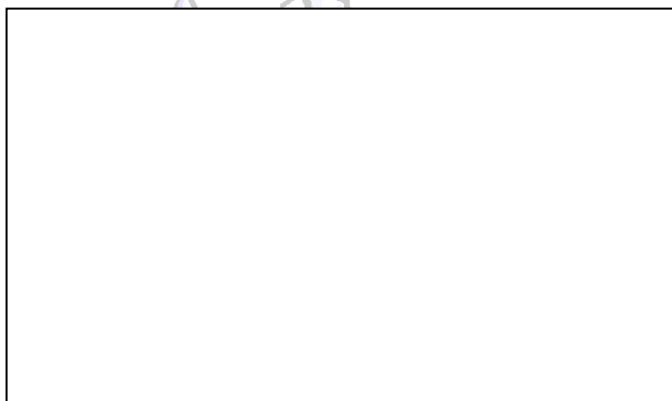
.....

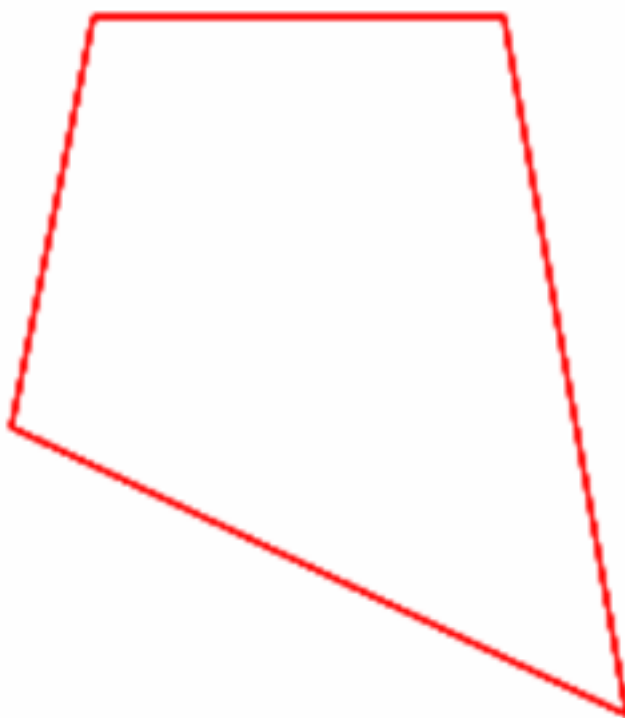
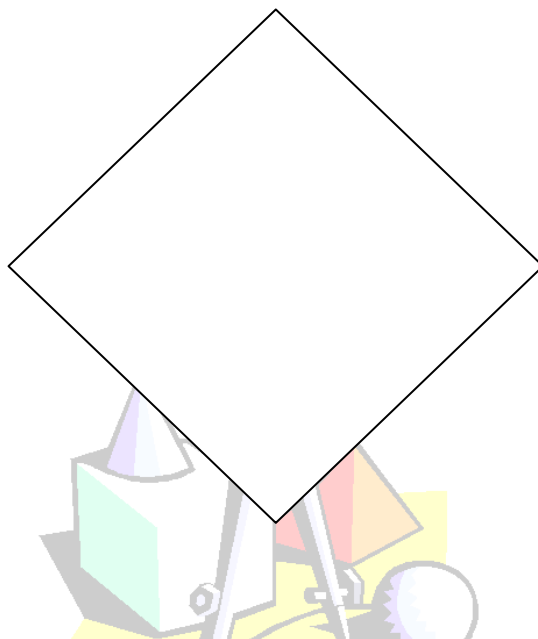
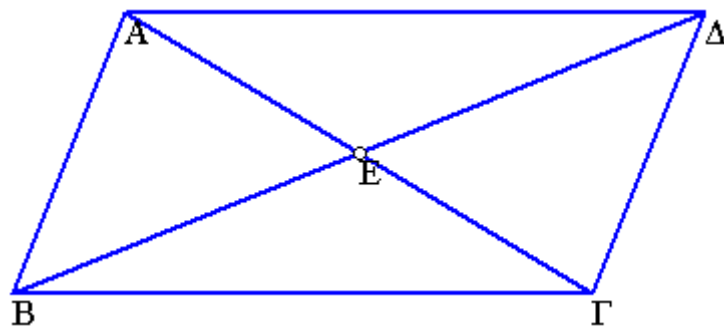
.....

2. Δώσε ονόματα στα παρακάτω τετράπλευρα, χάραξε τις διαγώνιούς τους και υπολόγισε το άθροισμα των γωνιών τους :



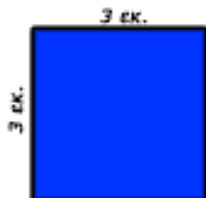
3. Μέτρησε τις πλευρές στα παρακάτω τετράπλευρα και βρες την περίμετρό τους :





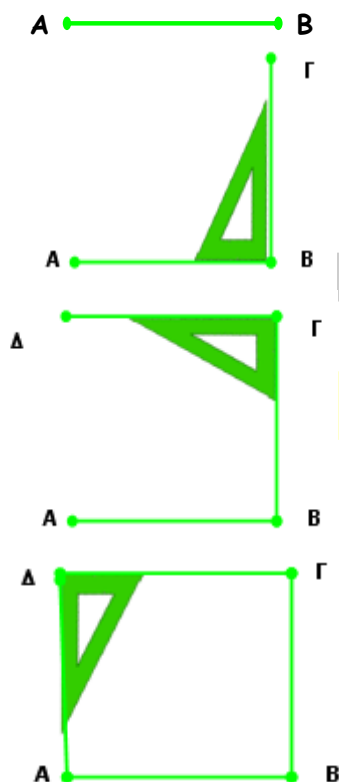
### Τετράγωνο

Τετράγωνο είναι το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος. Σε κάθε τετράγωνο ισχύει :



- Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- Όλες οι πλευρές είναι ίσες.
- Όλες οι γωνίες του είναι ορθές.
- Οι διαγώνιοι είναι ίσες, κάθετες, διχοτομούνται, διχοτομούν τις γωνίες του και είναι άξονες συμμετρίας του.

### Κατασκευή τετραγώνου



Σχεδιάζω ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB = 4$  εκατ..

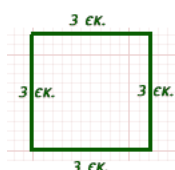
Με τη βοήθεια του τριγώνου και από το σημείο  $B$  φέρνω κάθετη και σχεδιάζω την  $BΓ = 4$  εκατ. η οποία είναι ίση με την  $AB = 4$  εκατ..

Με τη βοήθεια του τριγώνου και από το σημείο  $Γ$  φέρνω κάθετη και σχεδιάζω την  $ΓΔ = 4$  εκατ. η οποία είναι ίση με την  $AB = BΓ = 4$  εκατ..

Με τη βοήθεια του τριγώνου και από το σημείο  $Δ$  φέρνω κάθετη και σχεδιάζω την  $ΔΑ = 4$  εκατ. η οποία είναι ίση με την  $AB = BΓ = ΓΔ = 4$  εκατ..

### Περίμετρος τετραγώνου

Για να υπολογίσω την περίμετρο ενός τετραγώνου :



- Προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του.
- Περίμετρος τετραγώνου =  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$  εκατ. **ή**
- Πολλαπλασιάζω την πλευρά του με το 4.
- Περίμετρος τετραγώνου =  $4 \cdot 3 = 12$  εκατ.

### Εμβαδό τετραγώνου

Για να υπολογίσω το εμβαδό του τετραγώνου, πολλαπλασιάζω την βάση με το ύψος του. Επειδή όμως στο τετράγωνο οι τέσσερις πλευρές του είναι ίσες, πολλαπλασιάζω την πλευρά του επί την πλευρά του.



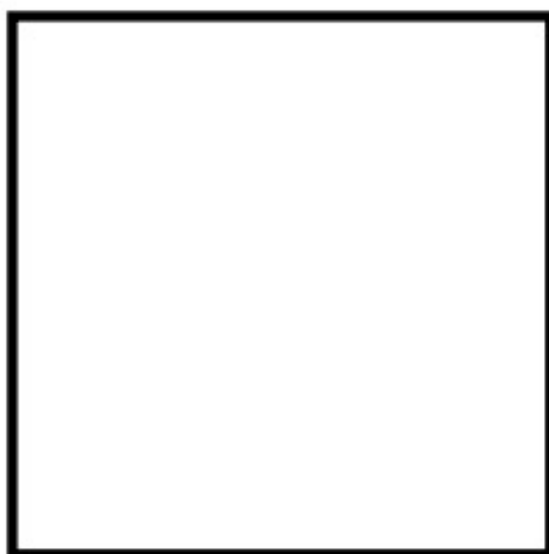
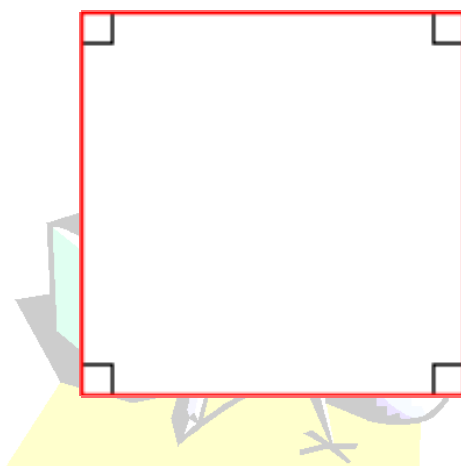
### Ασκήσεις

1. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
2. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 6 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
3. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 4,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
4. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 3 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
5. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 3,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
6. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 4 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
7. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 2,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
8. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 5,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.
9. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 6,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περιμέτρο του και το εμβαδόν του.



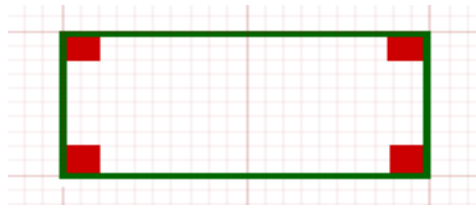
10. Να σχεδιάσεις ένα τετράγωνο πλευράς 7,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του και το εμβαδόν του.
11. Έχω φτιάξει ένα τετράγωνο παρτέρι στον κήπο και θέλω να φυτέψω γκαζόν. Το παρτέρι είναι πλευράς 5 μέτρων. Αν χρειάζομαι 100 γραμμάρια γκαζόν ανά τετραγωνικό μέτρο, πόσα κιλά γκαζόν θα χρειαστώ για να φυτέψω όλο το παρτέρι ;
12. Το μπάνιο μου έχει 5 τετράγωνες επιφάνειες πλευράς 4 μέτρων. Θέλω να τοποθετήσω τετράγωνα πλακάκια πλευράς 20 εκατοστών. Πόσα τετραγωνικά μέτρα πλακάκια θα χρειαστώ για να καλύψω όλες τις επιφάνειες ; Πόσα πλακάκια θα χρειαστώ ;
13. Έστω ότι έχω ένα τετράγωνο πλευράς  $a$ . Τι θα συμβεί στην περίμετρό του και τι στο εμβαδόν του, αν διπλασιάσω την πλευρά ;
14. Ένα οικόπεδο σχήματος τετραγώνου έχει πλευρά 32 μέτρα. Πόσο είναι το εμβαδόν του και πόσο στοιχίσε η αγορά του, αν το ένα τετραγωνικό μέτρο αγοράστηκε προς 630 €;
15. Το προαύλιο ενός σχολείου, έχει σχήμα τετραγώνου, με πλευρά 46,25 μέτρα. Πόση είναι η περίμετρός του και πόσος είναι ο ωφέλιμος χώρος (εμβαδόν) που έχουν τα παιδιά για να παίζουν ;
16. Σε ένα άλλο σχολείο, το προαύλιο έχει περίμετρο 160 μέτρα και σχήμα τετραγώνου κι αυτό. Η διεύθυνση του σχολείου, αποφάσισε να στρώσει το προαύλιο αυτό, με πλάκες. Πόσα χρήματα θα στοιχίσει το στρώσιμο, αν κάθε τετραγωνικό μέτρο που θα στρωθεί, στοιχίζει 20 ευρώ ;
17. Ένα οικόπεδο, έχει σχήμα τετραγώνου, με πλευρά 15,7 μέτρα. Πόσα χρήματα θα πάρει ο ιδιοκτήτης του, που το πούλησε προς 100 ευρώ το τετραγωνικό μέτρο ;
18. Σε ένα αγρόκτημα, η μισή περίμετρος είναι 256 μέτρα και έχει σχήμα τετραγώνου κι αυτό. Ο ιδιοκτήτης του, θέλει να το πουλήσει. Πόσα χρήματα θα πάρει, αν κάθε τετραγωνικό μέτρο το πουλήσει προς 280,35 ευρώ ;

19. Πουλήθηκε ένα οικοπέδο που είχε σχήμα τετραγώνου. Η τιμή που πλήρωσε ο αγοραστής, ήταν 38.405,40 ευρώ. Να βρείτε την τιμή στην οποία πουλήθηκε το τετραγωνικό μέτρο, αν η πλευρά του οικοπέδου, έχει μήκος 25,3 μέτρα.
20. Πουλήθηκε ένα αγρόκτημα που είχε σχήμα τετραγώνου. Η τιμή που πλήρωσε ο αγοραστής, ήταν 160.000 Ευρώ. Να βρείτε πόσα δέντρα χωράει το αγρόκτημα, αν κάθε δέντρο χρειάζεται για να μεγαλώσει 10 τετραγωνικά μέτρα του αγροκτήματος και αν το αγρόκτημα πουλήθηκε προς 1.600 ευρώ το τετραγωνικό μέτρο.
21. Ονόμασε τα παρακάτω τετράγωνα και υπολόγισε την περίμετρό τους και το εμβαδό τους:



Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει όλες του τις γωνίες του ορθές και τις απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.



Κατασκευή ορθογώνιου παραλληλογράμμου

Για να κατασκευάσω ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ακολουθώ την παρακάτω σειρά :

- π.χ. Να κατασκευάσεις το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΔΕΖΗ, που έχει πλευρές ΔΕ = 4 εκ., ΔΗ = 3 εκατ. .

Χαράζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ = 4 εκ.

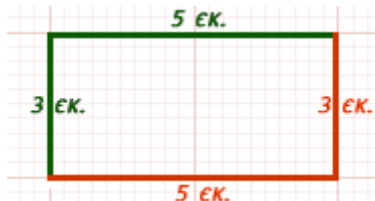
Τοποθετούμε το τρίγωνό μας στην κορυφή Δ και φέρνουμε την κάθετο ΔΗ = 3 εκ.

Τοποθετούμε το τρίγωνό μας στην κορυφή Η και φέρνουμε την κάθετο ΗΖ = 4 εκ.

Ενώνουμε τις κορυφές Ε και Ζ.

### Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου

Για να βρω την περίμετρο ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του ή προσθέτω το διπλάσιο των δύο πλευρών του ή πολλαπλασιάζω το άθροισμα μήκος και πλάτος επί 2.



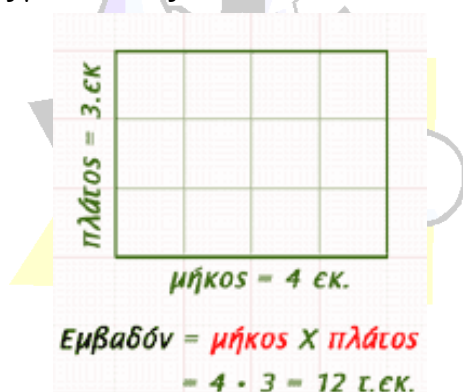
$$\text{Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου} = 5 + 3 + 5 + 3 = 16 \text{ εκατ. } \text{ή}$$

$$\text{Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου} = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 10 + 6 = 16 \text{ εκατ. } \text{ή}$$

$$\text{Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου} = (5 + 3) \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ εκατ.}$$

### Εμβαδό ορθογωνίου παραλληλογράμμου

Για να βρω το εμβαδό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου πολλαπλασιάζω τη βάση με το ύψος του, ή το μήκος με το πλάτος.



### Ασκήσεις

1. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με μήκος 5 εκατ. και πλάτος 3 εκατ.. Κατόπιν να χαράξεις τις διαγώνιούς του. Πόσα τρίγωνα σχηματίζονται και ποια είναι ; Πόσα εκατοστά είναι η περίμετρός του και πόσα τ. εκατ. είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ;
2. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΚΛΜΝ με μήκος 6 εκατ. και πλάτος 5 εκατ.. Πόσο είναι το εμβαδόν του και πόση η περίμετρός του ;
3. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΖΗΘΙ με μήκος 4,5 εκατ. και πλάτος 3,5 εκατ. Να βρεις πόση είναι η περίμετρός του και πόσο είναι το εμβαδόν του.

4. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με μήκος 5,5 εκατ. και πλάτος 4,5 εκατ. Να χαράξεις τη διαγώνιο ΑΓ. Να υπολογίσεις πόσο είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. Πόσο είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΑ ;
5. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΚΛΜΝ με μήκος 5 εκατ. και πλάτος 4,5 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρο και το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου .
6. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΖΗΘΙ με μήκος 4,5 εκατ. και πλάτος 4 εκατ. Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του και το εμβαδόν του.
7. Ένα ποδοσφαιρικό γήπεδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου έχει μήκος 130 μέτρα και πλάτος 90 μέτρα. Πρόκειται να στρωθεί με νέο χλοοτάπητα οποίος στοιχίζει 16,5 € το τετραγωνικό μέτρο. Πόσο θα στοιχίσει η αγορά του ;
8. Συμπληρώνω τον παρακάτω πίνακα της εύρεσης του εμβαδού διαφόρων ορθογωνίων παραλληλογράμμων :

Μήκος	Πλάτος	Εμβαδόν
15 εκ.	12 εκ.	
40 μ.	18 μ.	
16,50 μ.		211,2 τ. μ.
34,20 μ.	15,40 μ.	

9. Μια παιδική χαρά, έχει σχήμα ορθογωνίου και το μήκος της είναι 32,45 μέτρα, ενώ το πλάτος της, είναι 27,8 μέτρα. Πόσο είναι το εμβαδόν της ;
10. Η πλατεία του χωριού, έχει σχήμα ορθογωνίου. Το μήκος της, είναι 37,6 μέτρα και το πλάτος της είναι 28,6 μέτρα. Ο δήμος, αποφάσισε να την στρώσει με πλάκες Πηλίου. Πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσει ο δήμος, αν κάθε τετραγωνικό μέτρο για να στρωθεί με πλάκες, στοιχίζει 34,8 ευρώ ;
11. Ένα οικόπεδο, με σχήμα ορθογωνίου, έχει εμβαδόν, 1.530,36 τετραγωνικά μέτρα και πλάτος 32,7 μέτρα. Ο ιδιοκτήτης του θέλει να το περιφράξει με σύρμα. Πόσα χρήματα θα πρέπει να πληρώσει, αν κάθε μέτρο σύρμα, κοστίζει 0,28 ευρώ ;
12. Ένα οικόπεδο, με σχήμα ορθογωνίου, έχει περίμετρο 141,4 μέτρα και πλάτος 28,2 μέτρα. Ο ιδιοκτήτης του θέλει να το πουλήσει, προς 128 ευρώ το τετραγωνικό μέτρο. Πόσα χρήματα θα πάρει, αν μπορέσει να το πουλήσει σε αυτή την τιμή ;
13. Σε ένα αγρόκτημα με σχήμα παραλληλογράμμου, η πλευρά του, είναι 35,8 μέτρα, ενώ το ύψος του, είναι 31,6 μέτρα. Πόσο σύρμα χρειάζεται ο ιδιοκτήτης του για να το φράξει και πόσο θα του στοιχίσει, αν το κάθε μέτρο σύρμα στοιχίζει 0,25 ευρώ;
14. Σε ένα άλλο αγρόκτημα με σχήμα παραλληλογράμμου, η πλευρά του, είναι 62 μέτρα, ενώ το ύψος του, είναι 54 μέτρα. Πόσα δέντρα μπορεί να φυτέψει ο ιδιοκτήτης του, αν το κάθε δέντρο καλύπτει χώρο 27 τετραγωνικών μέτρων;

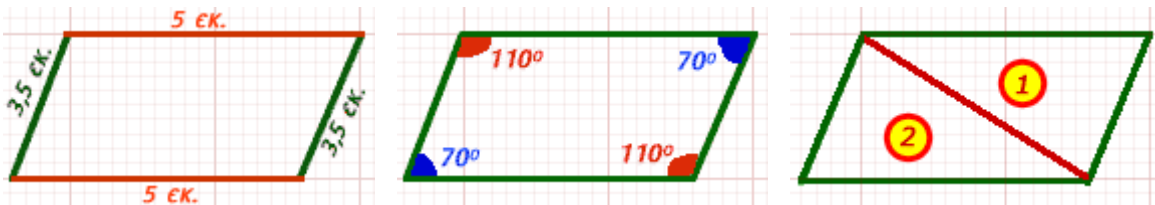
15. Ονόμασε τα παρακάτω παραλληλόγραμμα και υπολόγισε την περίμετρό τους και το εμβαδό τους :



### Πλάγιο Παραλληλόγραμμο

Ένα παραλληλόγραμμο έχει :

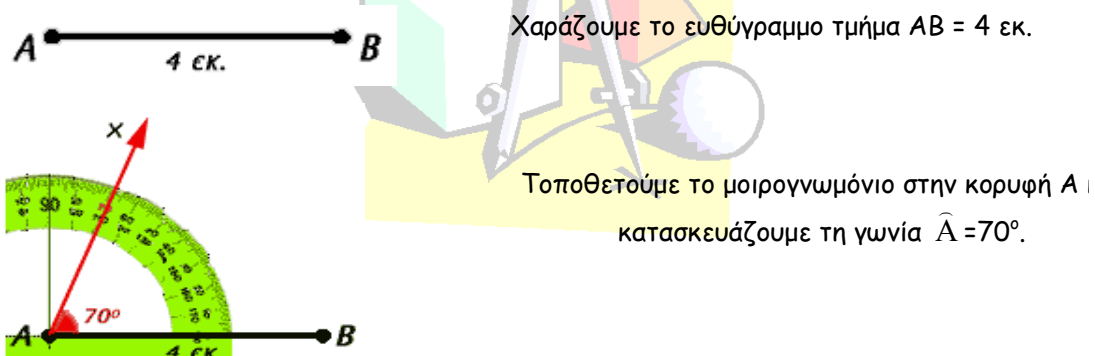
- Τις απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.
- Τις απέναντι γωνίες του ίσες.
- Μία διαγώνιος χωρίζει το παραλληλόγραμμο σε δύο ίσα τρίγωνα.



### Κατασκευή πλάγιου παραλληλογράμμου

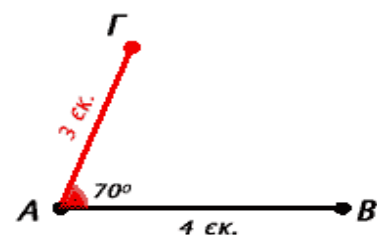
Για να κατασκευάσω ένα παραλληλόγραμμο πρέπει να ξέρω τις δύο πλευρές του και την περιεχόμενη σ' αυτές γωνία.

π.χ. Να κατασκευάσεις το πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$ , που έχει πλευρές  $ΑΒ = 4$  εκ.,  $ΑΔ = 3$  εκ. και γωνία  $\hat{Α} = 70^\circ$ .

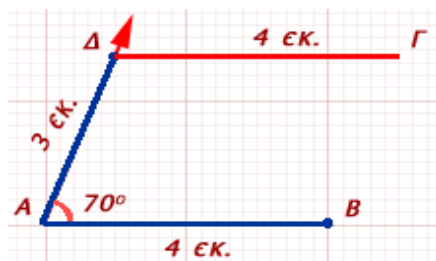


Χαράζουμε το ευθύγραμμο τμήμα  $ΑΒ = 4$  εκ.

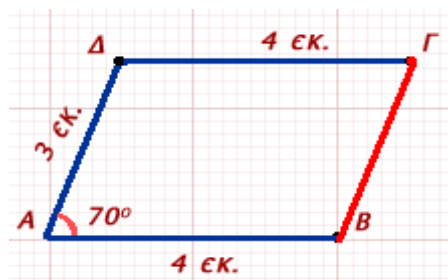
Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή  $Α$  και κατασκευάζουμε τη γωνία  $\hat{Α} = 70^\circ$ .



Μετράμε με το χάρακα πάνω στην πλευρά  $Αχ$  3 εκ. και σημειώνουμε την κορυφή  $\Gamma$ .



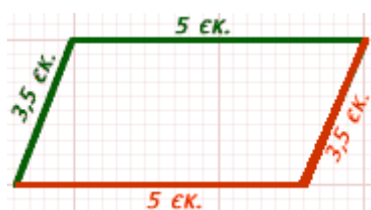
Από την κορυφή  $\Delta$  φέρνουμε παράλληλο ευθύγραμμο τμήμα  $\Delta\Gamma = 4$  εκ.



Ενώνουμε τις κορυφές Β και Γ.

### Περίμετρος πλάγιου παραλληλογράμμου

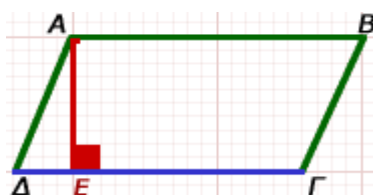
Για να βρω την περίμετρο ενός παραλληλογράμμου, κάνω ότι έκανα και με το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



Περίμετρος παραλληλογράμμου =  $5 + 3,5 + 5 + 3,5 = 17$  εκατ. ή  
 Περίμετρος παραλληλογράμμου =  $5 \cdot 2 + 3,5 \cdot 2 = 10 + 7 = 17$  εκατ. ή  
 Περίμετρος παραλληλογράμμου =  $(5 + 3,5) \cdot 2 = 8,5 \cdot 2 = 17$  εκατ.

### Εμβαδό πλάγιου παραλληλογράμμου

Για να βρω το εμβαδό παραλληλογράμμου πολλαπλασιάζω τη βάση επί το ύψος του.



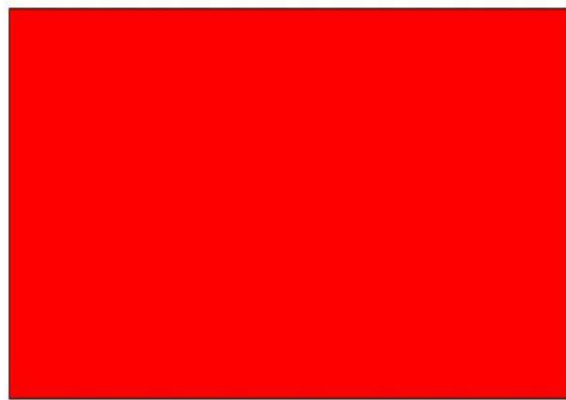
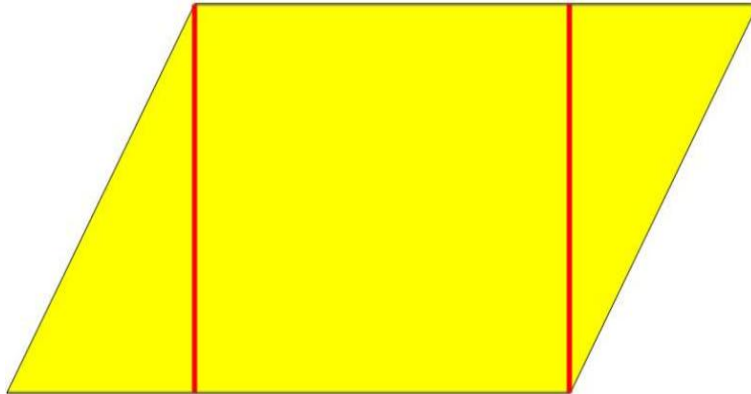
$$E = \beta \cdot \upsilon$$

$$E = \Delta\Gamma \cdot \text{ΑΕ}$$





Εμβαδόν πλάγιου και ορθογωνίου παραλληλογράμμου



Ο τύπος για το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου είναι  $ΒΑΣΗ \cdot ΥΨΟΣ$   
Ο τύπος για το εμβαδόν του πλάγιου παραλληλόγραμμου είναι πάλι  $ΒΑΣΗ \cdot ΥΨΟΣ$

Ας δούμε τα δύο πιο πάνω παραλληλόγραμμα σχήματα. Έχουν ίση βάση και ίσο ύψος.  
Άρα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι θα έχουν και το ίδιο εμβαδόν.

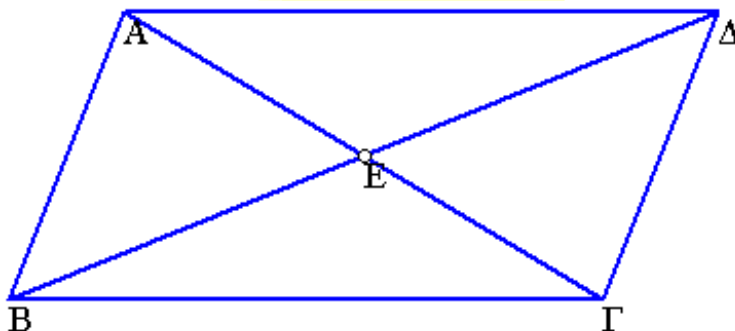
Για να βεβαιωθούμε αν τα δύο πιο πάνω σχήματα έχουν το ίδιο εμβαδόν, κάνουμε τα εξής :

- Κόβουμε το κόκκινο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο γύρω-γύρω.
- Κόβουμε το κίτρινο πλάγιο παραλληλόγραμμο γύρω-γύρω.
- Κόβουμε το κίτρινο παραλληλόγραμμο στις κόκκινες γραμμές. Έχουμε τώρα τρία κομμάτια κίτρινα.
- Τοποθετούμε τα τρία κίτρινα σχήματα πάνω στο κόκκινο σχήμα με τέτοιο τρόπο ώστε να φτιάξουμε ένα νέο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το ίδιο με το κόκκινο.

Άρα, έχουμε βεβαιωθεί ότι το κίτρινο και το κόκκινο σχήμα έχουν ίσο εμβαδόν αφού έχουν ίση βάση και ύψος.

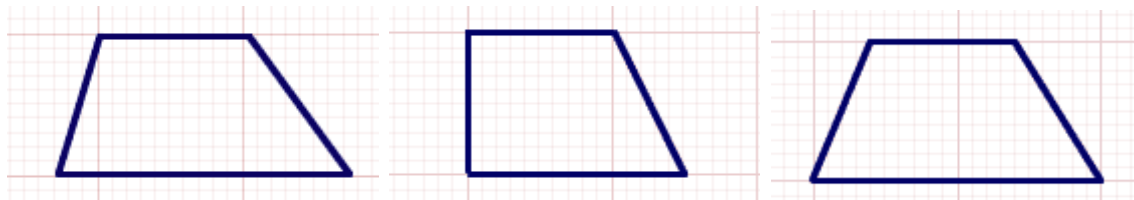
### Ασκήσεις

1. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$  με μήκος 6 εκατ., πλάτος 4 εκατ. και γωνία  $\widehat{Α} = 75^\circ$ . Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του.
2. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΚΛΜΝ$  με μήκος 5 εκατ., πλάτος 4,5 εκατ. και γωνία  $\widehat{Κ} = 70^\circ$ . Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του.
3. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$  με μήκος 4,5 εκατ., πλάτος 3,5 εκατ. και γωνία  $\widehat{Α} = 80^\circ$ . Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του.
4. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$  με μήκος 5,5 εκατ., πλάτος 3 εκατ. και γωνία  $\widehat{Α} = 65^\circ$ . Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του.
5. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΚΛΜΝ$  με μήκος 3,5 εκατ., πλάτος 2 εκατ. και γωνία  $\widehat{Κ} = 60^\circ$ . Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του.
6. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$  με μήκος 6 εκατ., πλάτος 4 εκατ. και γωνία  $\widehat{Α} = 85^\circ$ . Κατόπιν να υπολογίσεις την περίμετρό του.
7. Έστω ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΚΛΜΝ$  με βάση  $ΚΛ = 5$  εκατ. και ύψος  $ΝΞ = 4,5$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ;
8. Να κατασκευάσεις ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$ . Κατόπιν να χαράξεις τις διαγώνιούς του. Πόσα τρίγωνα σχηματίζονται ; Να ονομάσεις τα τρίγωνα που σχηματίζονται.
9. Υπολόγισε στα παρακάτω πλάγια παραλληλόγραμμα την περίμετρό τους και το εμβαδόν τους :



## Τραπεζίο

Τα τραπεζίια είναι τα τετράπλευρα που έχουν δύο πλευρές τους παράλληλες.



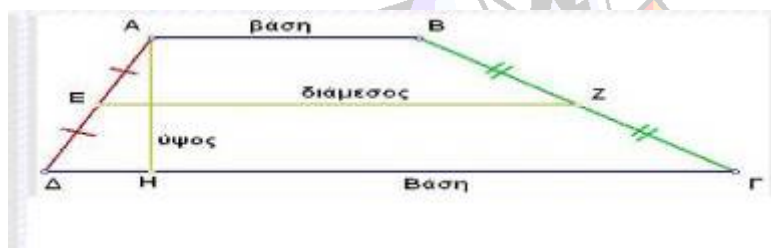
## Περίμετρος τραπεζίου

Για να βρω την περίμετρο ενός τραπεζίου προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του.

π.χ.  $\text{περίμετρος} = AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A$

## Εμβαδό τραπεζίου

Για να βρω το εμβαδό ενός τραπεζίου, προσθέτω τις δύο βάσεις του και τις πολλαπλασιάζω με το ύψος του. Μετά διαιρώ το γινόμενο με το 2.



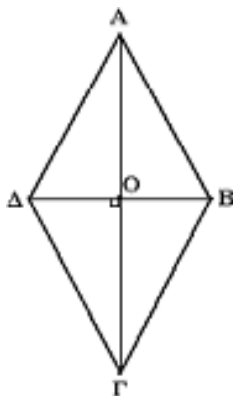
$$E = \frac{(\beta + B) \cdot \upsilon}{2}$$

$$E = \frac{(AB + \Delta\Gamma) \cdot AH}{2}$$

## Ρόμβος

Ένας ρόμβος έχει :

- Όλες τις πλευρές του ίσες.
- Είναι παραλληλόγραμμο με τις διαγώνιούς του κάθετες.
- Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.

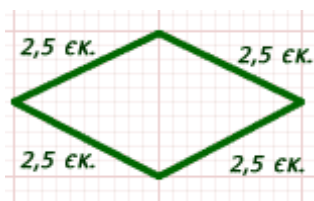


$$AB = B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta A$$

ΑΓ είναι κάθετη στην ΒΔ

### Περίμετρος ρόμβου

Για να βρω την περίμετρο ενός ρόμβου, προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του ή πολλαπλασιάζω την πλευρά του επί 4.



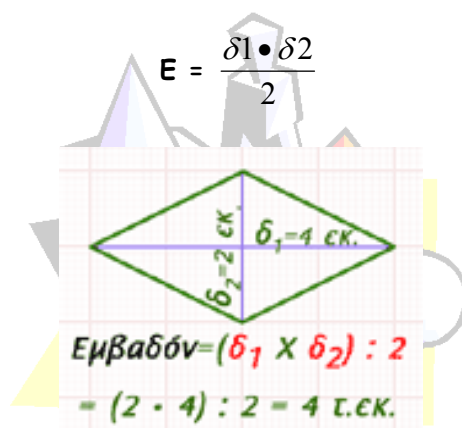
$$\text{Περίμετρος ρόμβου} = 2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5 = 10 \text{ εκατ.}$$

$$\text{Περίμετρος ρόμβου} = 2,5 \cdot 4 = 10 \text{ εκατ.}$$

### Εμβαδό ρόμβου

Για να βρω το εμβαδό ενός ρόμβου, πολλαπλασιάζω τις δύο διαγωνίους του και διαιρώ με το 2.

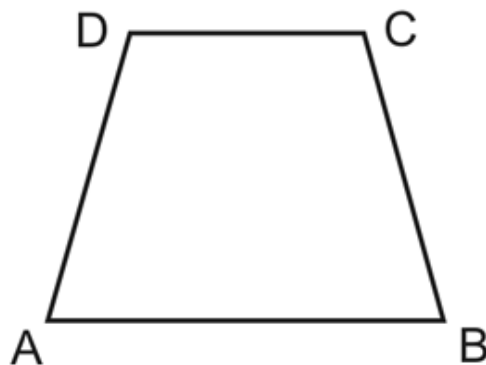
π.χ.



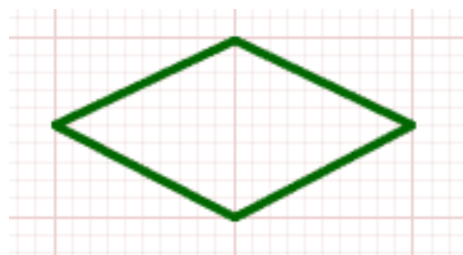
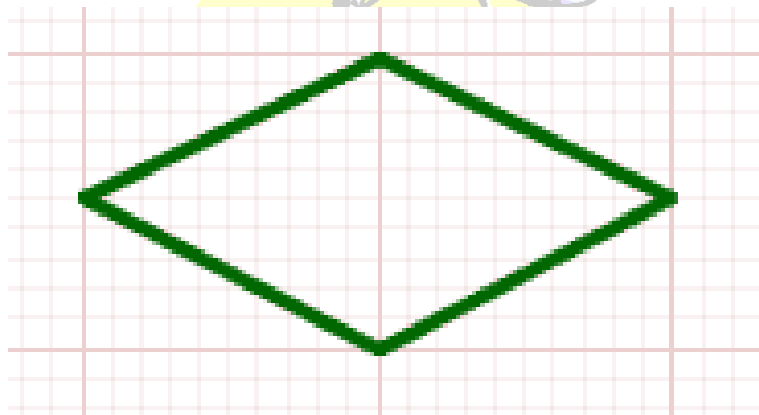
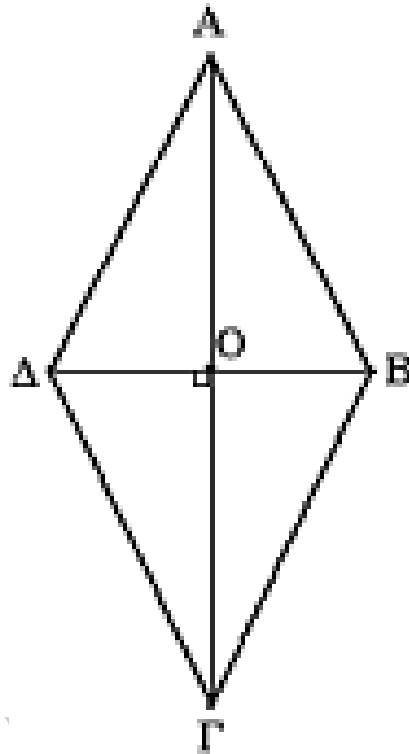
### Ασκήσεις

1. Έστω ένα τραπέζιο ΑΒΓΔ με πλευρές ΑΒ = 5 εκατ., ΒΓ = 3,5 εκατ., ΓΔ = 4 εκατ. και ΔΑ = 4,5 εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του τραπέζιου ;
2. Έχω έναν ρόμβο ΚΛΜΝ πλευράς 5 εκατ. Πόση είναι η περιμέτρος του ;
3. Σε ένα τραπέζιο έχω Β = 5 εκατ., β = 4 εκατ. και υ = 4,5 εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του τραπέζιου ;
4. Σε έναν ρόμβο έχω  $\delta_1 = 5$  εκατ. και  $\delta_2 = 4$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ρόμβου ;
5. Έστω ένα τραπέζιο ΚΛΜΝ με πλευρές ΚΛ = 5,5 εκατ., ΛΜ = 4,5 εκατ., ΜΝ = 4,5 εκατ. και ΝΚ = 4 εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του τραπέζιου ;
6. Έχω έναν ρόμβο ΑΒΓΔ πλευράς 4,5 εκατ. Πόση είναι η περιμέτρος του ;

7. Σε ένα τραπέζιο έχω  $B = 4,6$  εκατ.,  $\beta = 3,4$  εκατ. και  $u = 4$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του τραπέζιου ;
8. Σε έναν ρόμβο έχω  $\delta_1 = 4$  εκατ. και  $\delta_2 = 3$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ρόμβου;
9. Έστω ένα τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  με πλευρές  $ΑΒ = 7,5$  εκατ.,  $ΒΓ = 4,5$  εκατ.,  $ΓΔ = 6$  εκατ. και  $ΔΑ = 5,5$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του τραπέζιου ;
10. Έχω έναν ρόμβο  $ΚΛΜΝ$  πλευράς 8 εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του ;
11. Σε ένα τραπέζιο έχω  $B = 9$  εκατ.,  $\beta = 7$  εκατ. και  $u = 6,5$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του τραπέζιου ;
12. Σε έναν ρόμβο έχω  $\delta_1 = 8$  εκατ. και  $\delta_2 = 6$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του ρόμβου ;
13. Έστω ένα τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  με πλευρές  $ΑΒ = 10$  εκατ.,  $ΒΓ = 6$  εκατ.,  $ΓΔ = 8$  εκατ. και  $ΔΑ = 5$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του τραπέζιου ;
14. Έχω έναν ρόμβο  $ΚΛΜΝ$  πλευράς 12 εκατ. Πόση είναι η περίμετρος του ;
15. Σε ένα τραπέζιο έχω  $B = 15$  εκατ.,  $\beta = 12$  εκατ. και  $u = 8$  εκατ. Πόσο είναι το εμβαδόν του τραπέζιου ;
16. Στα παρακάτω τραπέζια υπολογίστε την περίμετρο και το εμβαδόν τους :



17. Στους παρακάτω ρόμβους υπολογίστε την περίμετρό τους και το εμβαδόν τους :

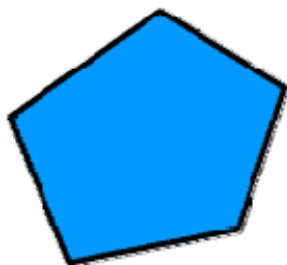


## Πολύγωνα

Τι είναι πολύγωνο;

Πολύγωνο είναι το γεωμετρικό σχήμα που έχει πολλές πλευρές και γωνίες.

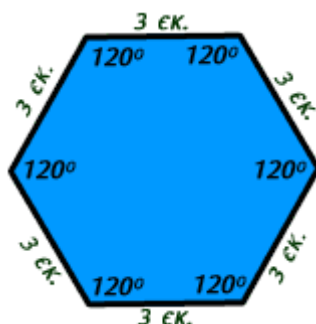
Τα πολύγωνα ονομάζονται ανάλογα με τον αριθμό των γωνιών και των πλευρών που έχουν



Το σχήμα που βλέπεται δίπλα είναι ένα πεντάγωνο, γιατί έχει πέντε γωνίες και πλευρές.

Κανονικά πολύγωνα

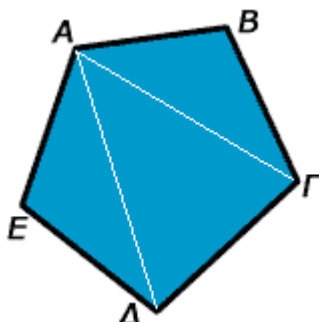
Κανονικά πολύγωνα λέγονται αυτά που έχουν όλες τις γωνίες και τις πλευρές τους ίσες μεταξύ τους.



Το σχήμα αυτό είναι ένα κανονικό εξάγωνο, γιατί κάθε γωνία του είναι  $120^\circ$  και κάθε πλευρά του 3 εκ.

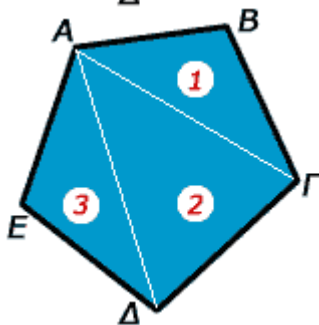
Άθροισμα γωνιών πολυγώνου

Χαράζουμε τις διαγώνιες από μια κορυφή προς τις άλλες κορυφές του πολυγώνου



Παρατηρούμε ότι σχηματίζονται τρίγωνα.

Στο παράδειγμά μας δημιουργούνται τρία τρίγωνα.



Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι  $180^\circ$ .

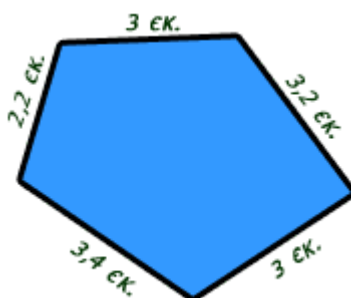
Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό των τριγώνων επί  $180^\circ$ .

άρα: το άθροισμα των γωνιών του πενταγώνου ΑΒΓΔΕ είναι...

$$180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

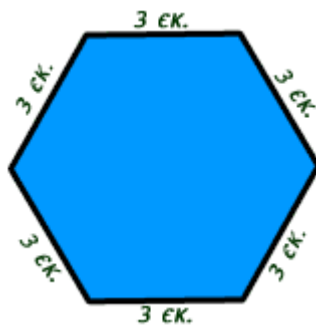
### Περίμετρος Πολυγώνων

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο ενός πολυγώνου, προσθέτουμε όλες τις πλευρές του.



άρα,  
Περίμετρος =  
 $2,2+3+3,2+3+3,4= 14,8$  εκ.

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο ενός κανονικού πολυγώνου, πολλαπλασιάζουμε το μήκος μιας πλευράς επί τον αριθμό των πλευρών του.



άρα, Περίμετρος=  $6 \times 3 = 18$  εκ.

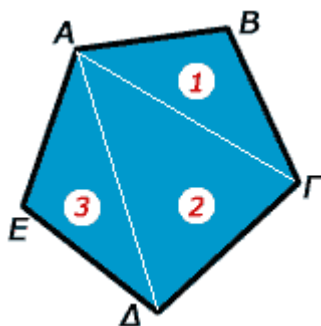
### Άλλα πολύγωνα

#### Χαρακτηριστικά πολυγώνων

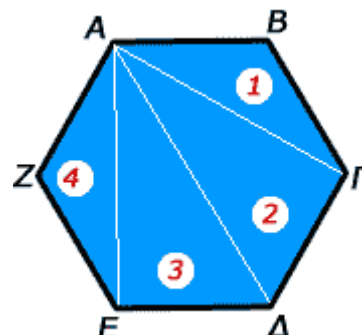
Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά των πιο κοινών πολυγώνων.

Πολύγωνο	πλευρές	γωνίες	διαγώνιοι*	τρίγωνα	άθροισμα γωνιών
τρίγωνο	3	3	0	1	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$
τετράπλευρο	4	4	1	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
πεντάγωνο	5	5	2	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
εξάγωνο	6	6	3	4	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$
επτάγωνο	7	7	4	5	$5 \times 180^\circ = 900^\circ$
οκτάγωνο	8	8	5	6	$6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

\* διαγώνιες από μία κορυφή

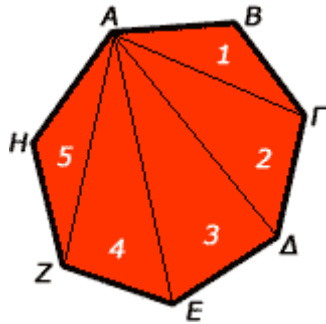


πεντάγωνο

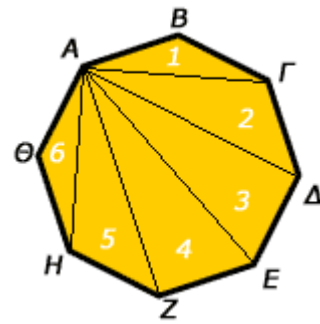


εξάγωνο





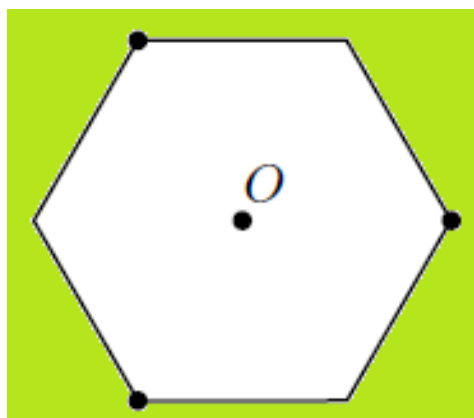
επτάγωνο



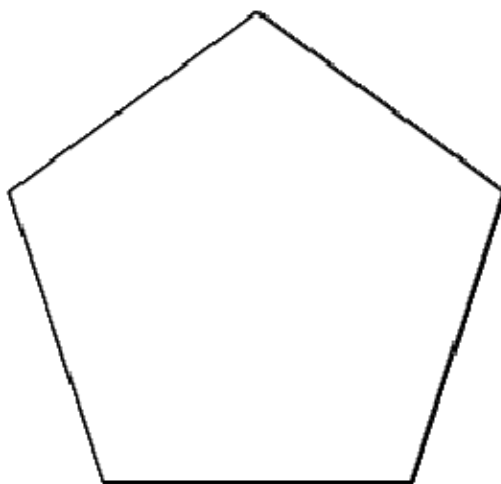
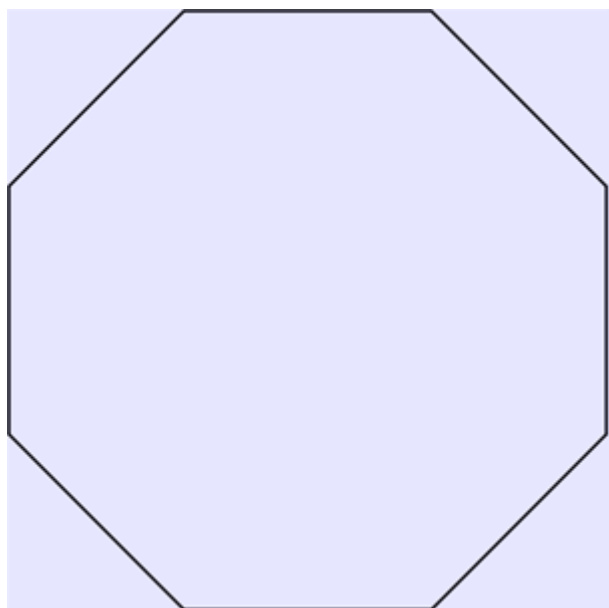
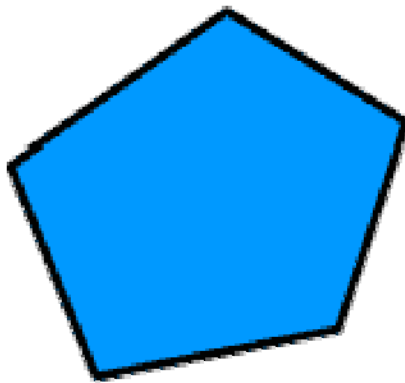
οκτάγωνο

### Ασκήσεις

1. Να κατασκευάσεις ένα τυχαίο εξάγωνο  $ΑΒΓΔΕΖ$ , να χαράξεις τις διαγώνιούς του και να ονομάσεις τα τρίγωνα που σχηματίζονται.
2. Έστω ένα κανονικό εξάγωνο πλευράς 5 εκατ. Πόση είναι η περίμετρός του ;
3. Να κατασκευάσεις ένα τυχαίο πεντάγωνο  $ΗΘΙΚΛ$ , να χαράξεις τις διαγώνιούς του και να ονομάσεις τα τρίγωνα που σχηματίζονται.
4. Έστω ένα κανονικό οκτάγωνο πλευράς 4 εκατ. Πόση είναι η περίμετρός του ;
5. Να κατασκευάσεις ένα τυχαίο επτάγωνο  $ΜΝΞΟΠΡΤ$ , να χαράξεις τις διαγώνιούς του και να ονομάσεις τα τρίγωνα που σχηματίζονται.
6. Σε ένα τυχαίο εξάγωνο  $ΑΒΓΔΕΖ$ , έχω  $ΑΒ = 4$  εκατ.,  $ΒΓ = 4,5$  εκατ.,  $ΓΔ = 5,5$  εκατ.,  $ΔΕ = 5$  εκατ.,  $ΕΖ = 4$  εκατ. και  $ΖΑ = 6$  εκατ. Πόση είναι η περίμετρός του ;
7. Αναγνώρισε τα παρακάτω σχήματα και υπολόγισε την περίμετρό τους και το άθροισμα των γωνιών τους :



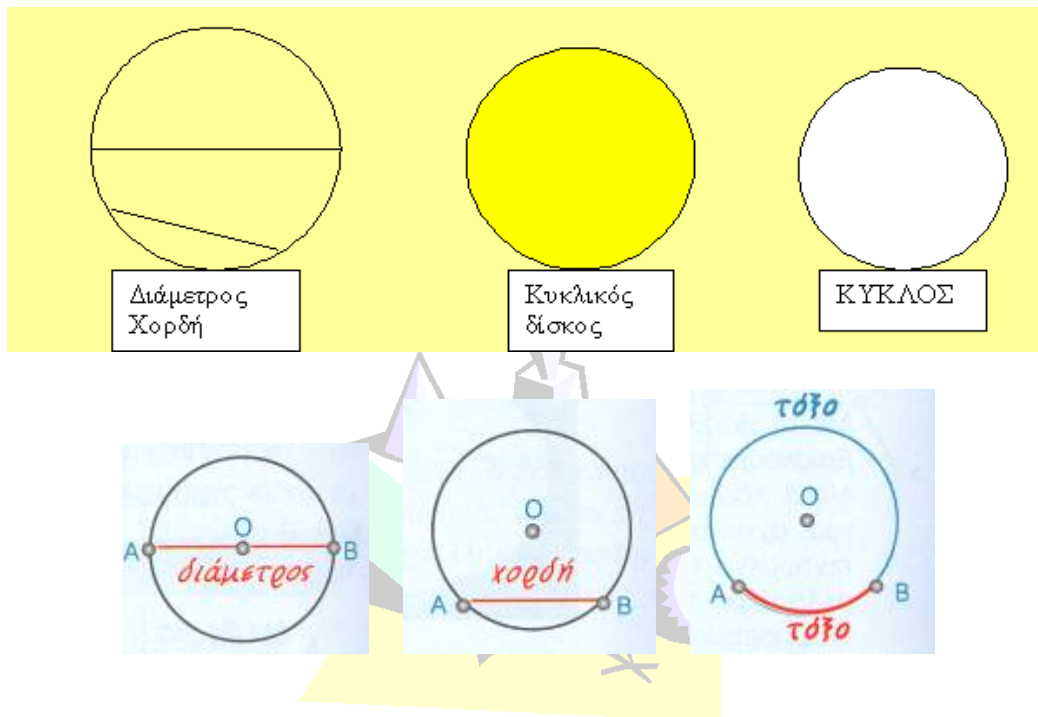
.....



## Κύκλος

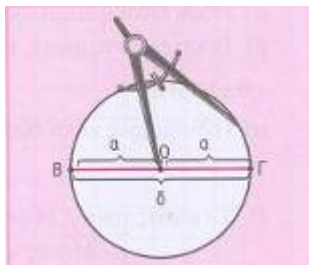
**Κύκλος** ονομάζουμε το σχήμα που όλα του τα σημεία ισαπέχουν από ένα σταθερό σημείο. Το σταθερό σημείο ονομάζεται **κέντρο του κύκλου** και η σταθερή απόσταση ακτίνα.

**Ακτίνα** του κύκλου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο του κύκλου με ένα σημείο της περιφέρειάς του. **Κυκλικός δίσκος** είναι όλα τα σημεία της επιφάνειας του κύκλου. **Τόξο** ονομάζουμε το τμήμα του κύκλου που ορίζεται από δύο σημεία του. **Χορδή** ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία του κύκλου. **Διάμετρο** ονομάζουμε την χορδή του κύκλου που περνά από το κέντρο του.



## Κατασκευή κύκλου

Για να σχεδιάσουμε έναν κύκλο κέντρου (  $O$  ) και ακτίνας (  $a$  ), χρησιμοποιούμε τον διαβήτη. Τοποθετούμε τη μύτη του διαβήτη στο κέντρο (  $O$  ), κανονίζουμε το άνοιγμά του να είναι όσο η ακτίνα (  $a$  ) και γράφουμε τον κύκλο.



ακτίνα του κύκλου :  $OB, OG$

διάμετρος του κύκλου :  $BΓ$

$$BΓ = BO + OG$$

$$a + a = \delta, \quad \delta = 2 \cdot a, \quad a = \delta : 2$$

## Μήκος κύκλου

Για να υπολογίσουμε το μήκος του κύκλου πολλαπλασιάζουμε τη διάμετρο (  $\delta$  ) με τον αριθμό 3,14 (  $\pi$  ).

$$\text{Μήκος κύκλου} = \pi \cdot \delta \quad \text{ή}$$

$$\text{Μήκος κύκλου} = \pi \cdot (2 \cdot \alpha)$$

## Εμβαδό κυκλικού δίσκου

Το εμβαδό του κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού  $\pi$  επί το τετράγωνο της ακτίνας του.

$$E_{(\text{κυκλικού δίσκου})} = \pi \cdot \alpha^2 \quad \text{ή}$$

$$E_{(\text{κυκλικού δίσκου})} = \pi \cdot \alpha \cdot \alpha$$

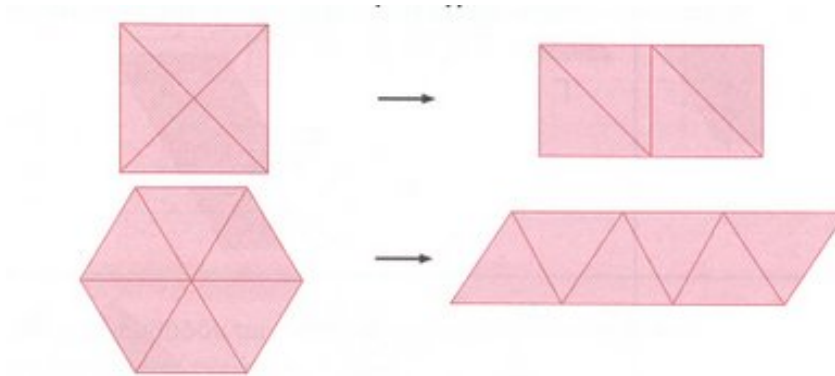
όπου  $\pi = 3,14$  και  $\alpha$  η ακτίνα του κυκλικού δίσκου

### Ασκήσεις

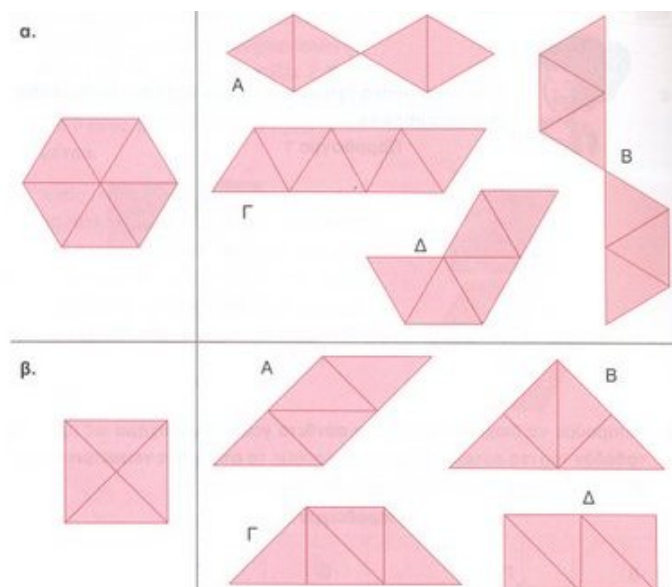
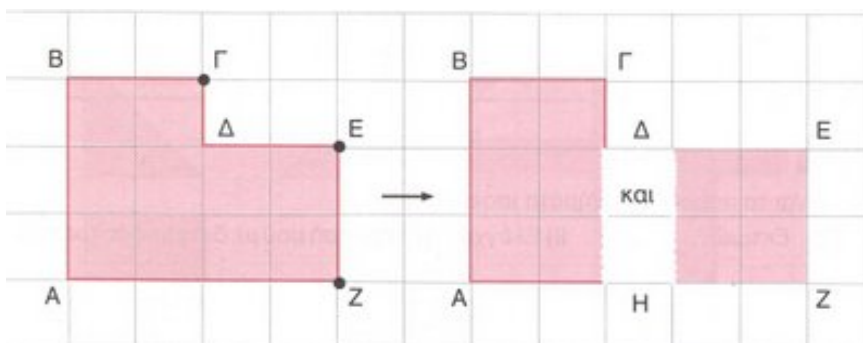
1. Να σχεδιάσεις ένα κύκλο κέντρου  $O$  και ακτίνας 3 εκατοστών.
2. Να σχεδιάσεις ένα κύκλο κέντρου  $O$  και ακτίνας 4,5 εκατοστών.
3. Να σχεδιάσεις ένα κύκλο κέντρου  $O$  και ακτίνας 3,5 εκατοστών. Κατόπιν να σχεδιάσεις τη διάμετρό του  $AB$ .
4. Να σχεδιάσεις ένα κύκλο κέντρου  $O$  και ακτίνας 5,5 εκατοστών. Κατόπιν να σχεδιάσεις το τόξο του  $AB$ .
5. Έχεις ένα κύκλο ακτίνας 2,5 εκατοστών. Πόση είναι η διάμετρός του, πόσο το μήκος του κύκλου και πόσο είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ;
6. Έχεις ένα κύκλο ακτίνας 3,5 εκατοστών. Πόση είναι η διάμετρός του, πόσο το μήκος του κύκλου και πόσο είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ;
7. Έχεις ένα κύκλο ακτίνας 4,5 εκατοστών. Πόση είναι η διάμετρός του, πόσο το μήκος του κύκλου και πόσο είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ;
8. Έχεις ένα κύκλο ακτίνας 3 εκατοστών. Πόση είναι η διάμετρός του, πόσο το μήκος του κύκλου και πόσο είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ;
9. Έχεις ένα κύκλο ακτίνας 4 εκατοστών. Πόση είναι η διάμετρός του, πόσο το μήκος του κύκλου και πόσο είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ;

Τάγκραμ - Ισοεμβαδικά σχήματα

- Η μέτρηση της επιφάνειας, την οποία καταλαμβάνει ένα σχήμα, λέγεται **εμβαδό** του σχήματος.
- Δύο διαφορετικά σχήματα μπορούν να έχουν το ίδιο εμβαδό (καταλαμβάνοντας ίσες επιφάνειες). Τα σχήματα αυτά λέγονται **Ισοεμβαδικά**.

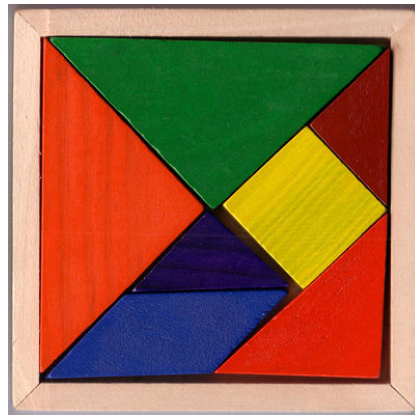


- Μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδό ενός σύνθετου σχήματος χωρίζοντάς το σε επί μέρους απλούστερα σχήματα.

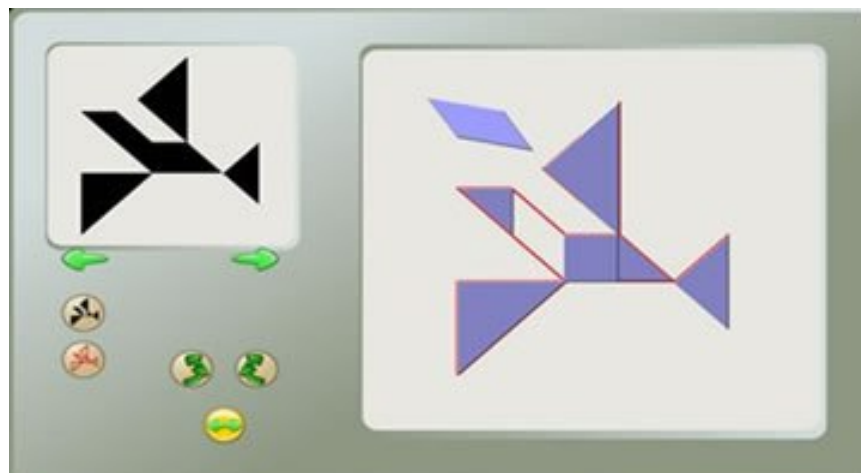


### Ασκήσεις

1. Από ποια επιμέρους σχήματα αποτελείται το παρακάτω σχήμα ;



2. Με ποια σχήματα μπορώ να κατασκευάσω το παρακάτω πουλί ;



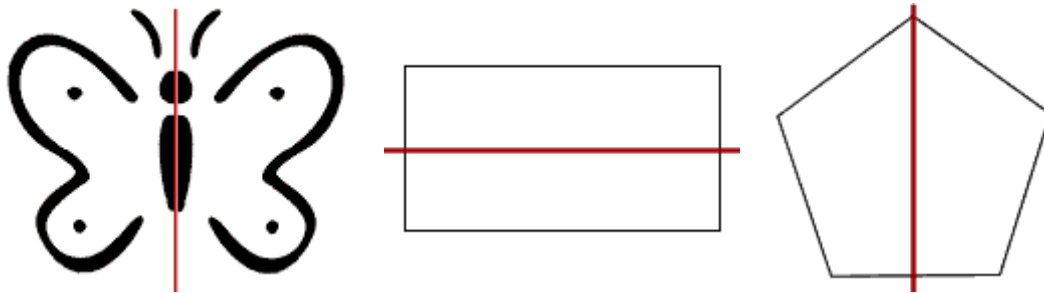
3. Από ποια επιμέρους σχήματα αποτελείται το παρακάτω σχήμα ;



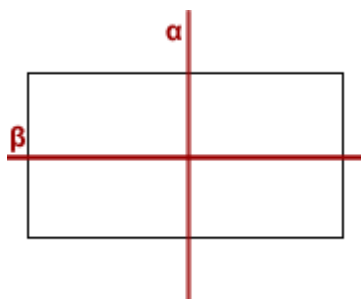
## Άξονας Συμμετρίας

Τι είναι ο άξονας συμμετρίας :

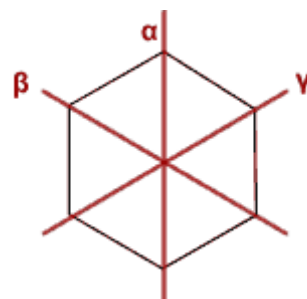
Ο άξονας συμμετρίας είναι μια γραμμή που χωρίζει ένα σχήμα σε δύο ίσα μέρη, τα οποία ταιριάζουν ακριβώς το ένα πάνω στο άλλο.



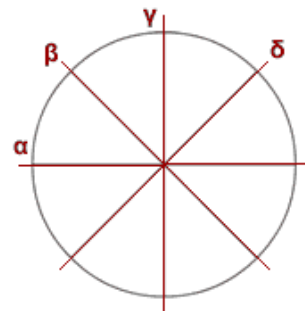
Ένα σχήμα μπορεί να έχει κι άλλους άξονες συμμετρίας, Έτσι μπορούμε να το χωρίσουμε σε περισσότερα ίσα μέρη.



2 άξονες συμμετρίας  
4 ίσα μέρη



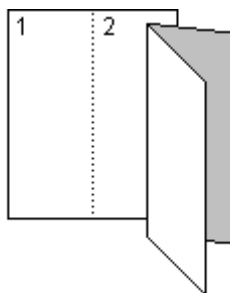
3 άξονες συμμετρίας  
6 ίσα μέρη



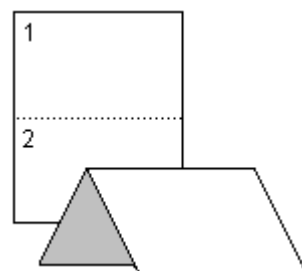
4 άξονες συμμετρίας  
8 ίσα μέρη

ένας εύκολος τρόπος για να φτιάξεις άξονες συμμετρίας σε ένα χαρτί !

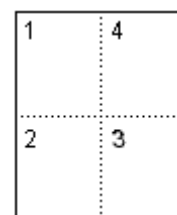
Πάρε ένα χαρτί και δίπλωσέ το στα δύο

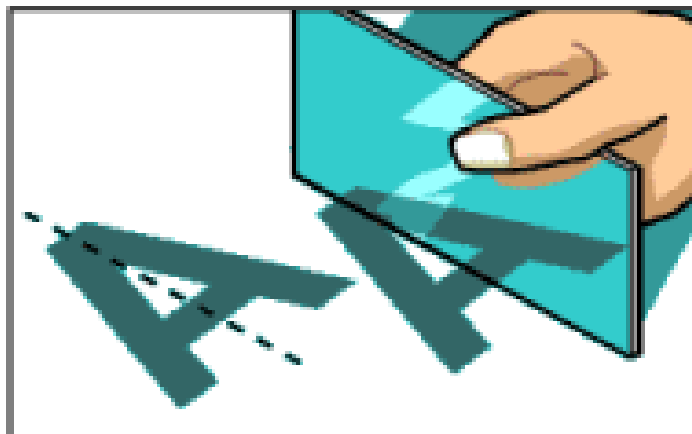
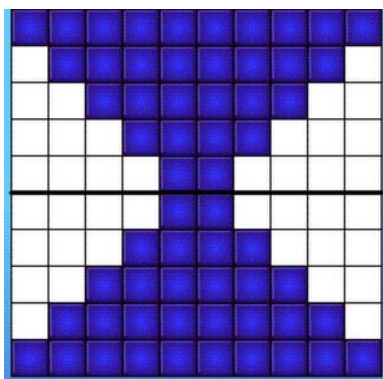


Τώρα δίπλωσέ το ξανά αλλά από την άλλη μεριά



Ξεδίπλωσε το χαρτί. Θα δεις σχηματισμένους 2 άξονες συμμετρίας





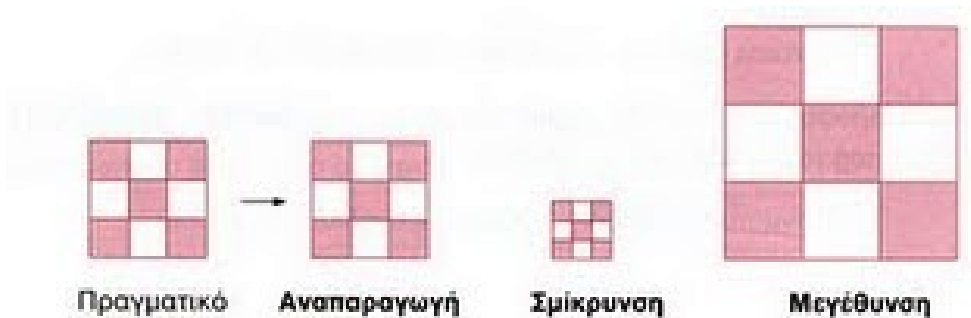
### Ασκήσεις

1. Να κατασκευάσεις ένα τετράγωνο  $ΑΒΓΔ$  πλευράς 5 εκατοστών. Πόσους άξονες συμμετρίας μπορώ να σχεδιάσω σ' αυτό το τετράγωνο ;
2. Να κατασκευάσεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$  με μήκος 5 εκατ. και πλάτος 4 εκατ. Πόσους άξονες συμμετρίας μπορώ να σχεδιάσω σ' αυτό το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ;
3. Να κατασκευάσεις ένα ισόπλευρο τρίγωνο  $ΑΒΓ$  πλευράς 4 εκατοστών. Πόσους άξονες συμμετρίας μπορώ να σχεδιάσω σ' αυτό το ισόπλευρο τρίγωνο ;
4. Να σχεδιάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$  με πλευρά  $ΑΒ = 4$  εκατ., γωνία  $\widehat{Α} = 55^\circ$  και η γωνία  $\widehat{Β} = 55^\circ$ . Πόσους άξονες συμμετρίας μπορώ να σχεδιάσω σ' αυτό το ισοσκελές τρίγωνο ;
5. Να σχεδιάσεις ένα κύκλο ακτίνας 4 εκατοστών. Πόσους άξονες συμμετρίας μπορώ να σχεδιάσω σ' αυτόν τον κύκλο ;
6. Μια αυλή σε σχήμα τετραγώνου έχει πλευρά 6 μέτρα και μια άλλη σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου έχει μήκος 9 μέτρα και πλάτος 4 μέτρα. Εξετάζω και βρίσκω, αν οι δυο αυτές αυλές είναι ή όχι ισοεμβαδικές και γιατί.



Σμίκρυνση - Μεγέθυνση

Όταν μεταφέρουμε ένα σχήμα σε ένα χαρτί και διατηρούμε τις πραγματικές του διαστάσεις, τότε λέμε ότι έχουμε **αναπαραγωγή του σχήματος**. Όταν το **σχεδιάζουμε μεγαλύτερο** λέμε ότι έχουμε **μεγέθυνση** και **όταν το σχεδιάζουμε μικρότερο από ότι είναι, σμίκρυνση**.



Για να μεγεθύνουμε ή να μικρύνουμε ένα σχήμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και πλέγμα με ίδια τετραγωνάκια ( με το πρωτότυπο), αρκεί να διατηρήσουμε τη σχέση που θέλουμε να έχει το σχέδιό μας με το πραγματικό σχήμα (σωστή δηλ. αναλογία). Τη σχέση αυτή την εκφράζει η **κλίμακα**.

Κλίμακα δηλαδή ονομάζουμε το πηλίκο που δηλώνει τη σχέση της απόστασης στο σχέδιο προς την πραγματική απόσταση. Ή αλλιώς:

$$\text{Κλίμακα} = \frac{\text{απόσταση στο σχέδιο}}{\text{πραγματική απόσταση}}$$

Η κλίμακα μας δείχνει πόσες φορές μικρότερο ή μεγαλύτερο είναι το μέγεθος ενός σχήματος ή μιας εικόνας από το πραγματικό. Δηλ. όταν λέμε κλίμακα 1/2 ή 1:2 σημαίνει πως το σχέδιό μας είναι 2 φορές μικρότερο από ότι είναι στο πρωτότυπο. Αντίστροφα κλίμακα 2:1 ή 2/1 σημαίνει πως το σχέδιό μας είναι 2 φορές μεγαλύτερο από ότι είναι στην πραγματικότητα (πρωτότυπο).

**Παράδειγμα :** Δύο πόλεις που σε χάρτη με κλίμακα 1:1.000.000 απέχουν 10 εκ. η μία από την άλλη ( σε ευθεία γραμμή ), στην πραγματικότητα απέχουν 1.000.000 φορές περισσότερο, γιατί 1 εκ στο χάρτη αντιστοιχεί με 1.000.000 εκ στην πραγματικότητα. Άρα τα 10 εκ της απόστασης των δύο πόλεων στο χάρτη αντιστοιχεί με 10 εκ x 1.000.000 εκ = 10.000.000 εκ ή 100.000 μ. ή 100 χμ στην πραγματικότητα (πάντα σε ευθεία γραμμή).

Άρα με δυο τύπους μπορούμε να βρούμε τις διαστάσεις ενός σχεδίου ή της πραγματικής απόστασης :

**Διάσταση σχεδίου = πραγματική απόσταση • κλίμακα**

**Πραγματική διάσταση = διάσταση σχεδίου : κλίμακα**

Σύμβολα της κλίμακας στο χάρτη της Γεωγραφίας

1 : 1.000.000



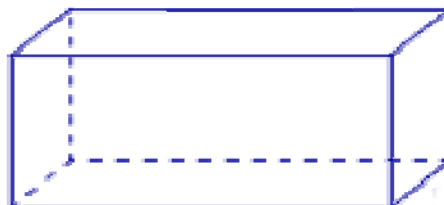
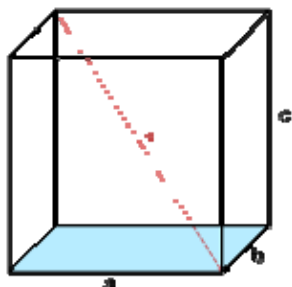
Όσο μεγαλύτερος είναι ο παρονομαστής ,  
τόσο μεγαλύτερη είναι η επιφάνεια που απεικονίζεται στο χάρτη

Ασκήσεις

1. Η πραγματική απόσταση Αθήνας - Λαμίας είναι περίπου 200 χιλιόμετρα. Αν ο χάρτης έχει σχεδιαστεί με κλίμακα 1 : 1.000.000, πόση είναι η απόσταση των δύο πόλεων πάνω στο χάρτη σε ευθεία γραμμή ;
2. Η απόσταση στο χάρτη Αλεξάνδρειας - Βέροιας είναι 50 εκατοστά και η κλίμακα του χάρτη είναι 1 : 50.000. Πόση είναι η πραγματική απόσταση των δύο πόλεων ;
3. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 15 μέτρα. Ένας αρχιτέκτονας το σχεδίασε με πλευρά 15 εκατοστά. Ποια είναι η κλίμακα του σχεδίου ;
4. Η πραγματική απόσταση Αθήνας - Θεσσαλονίκης είναι περίπου 500 χιλιόμετρα. Αν ο χάρτης έχει σχεδιαστεί με κλίμακα 1 : 10.000.000, πόση είναι η απόσταση των δύο πόλεων πάνω στο χάρτη σε ευθεία γραμμή ;
5. Ένας μηχανικός σχεδίασε ένα πάρκο σε σχήμα ορθογώνιο με κλίμακα  $\frac{1}{800}$ . Το πάρκο στο σχέδιο έχει μήκος 0,45 μ. και πλάτος 0,20 μ. Πόσα μέτρα είναι οι πραγματικές διαστάσεις του ;
6. Η απόσταση στο χάρτη Αθήνας - Βερολίνου είναι 50 εκατοστά και η κλίμακα του χάρτη είναι 1 : 5.000.000. Πόση είναι η πραγματική απόσταση των δύο πόλεων ;
7. Η απόσταση στο χάρτη Αθήνας - Μόσχας είναι 20 εκατοστά και η κλίμακα του χάρτη είναι 1 : 10.000.000. Πόση είναι η πραγματική απόσταση των δύο πόλεων ;

Στερεά

Τα γεωμετρικά στερεά που μαθαίνουμε στο Δημοτικό σχολείο είναι ο κύβος, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, ο κύλινδρος και η σφαίρα.



Ο παραπάνω κύβος:  
Έχει 3 διαστάσεις  
(μήκος, πλάτος, ύψος)  
Έχει 6 έδρες, ίσες μεταξύ τους  
Έχει 12 ακμές, ίσες μεταξύ τους  
Έχει 8 κορυφές

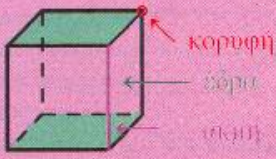
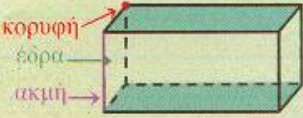
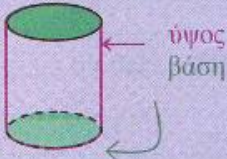
Το παραπάνω ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο:  
Έχει 3 διαστάσεις:  
(μήκος, πλάτος, ύψος)  
Έχει 6 έδρες, οι απέναντι ίσες  
Έχει 12 ακμές, οι απέναντι ίσες  
Έχει 8 κορυφές

Εμβαδό στερεών σωμάτων

Αν « ξεδιπλώσουμε » τα στερεά εμφανίζονται τα παρακάτω σχήματα :

<p><math>E_{(κύβου)} = 6 \cdot a^2</math> ( όπου <math>a</math> η πλευρά του τετραγώνου ) ( ο κύβος αποτελείται από 6 ίσα τετράγωνα ) <math>E_{(τετραγώνου)} = a^2 \quad (a \cdot a)</math></p>	<p><math>E_{(ορθ. παρ/δου)} = E_1 + E_2 + E_3</math> <math>E_1 = \text{Εμβαδό 2 βάσεων}</math> <math>E_2 = \text{Εμβαδό 2 πλαγίων}</math> <math>E_3 = \text{Εμβαδό 2 β}</math> ( το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει τις απέναντι βάσεις του ίσες ) <math>E = \text{βάση} \cdot \text{ύψος}</math></p>	<p><math>E_{(κύλινδρου)} =</math> <math>E_{(βάσεων)} + E_{(παρ. επιφάνειας)}</math> <math>E_{(βάσεων)} = \pi \cdot a^2 \quad (a \cdot a)</math> <math>E_{(παρ. επιφάνειας)} = \beta \cdot u</math> ( όπου <math>\beta = \pi \cdot \delta</math> ) ( <math>a = \text{ακτίνα του κύκλου}</math>, <math>\delta = \text{διάμετρος, } \delta = 2 \cdot a</math> )</p>

### Όγκος στερεών

ΚΥΒΟΣ	ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ	ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ
 <p>6 έδρες, 12 ακμές, 8 κορυφές  <b>Όγκος</b> κυβου (με ακμή <math>a</math>) = <math>a^3</math>                      ( Η χωρητικότητα του κ. δεκ. είναι 1 λίτρο.)</p>	 <p>6 έδρες, 12 ακμές, 8 κορυφές  <b>Όγκος</b> ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου (με διαστάσεις μήκος <math>a</math>, πλάτος <math>\beta</math>, ύψος <math>\gamma</math>) = <math>a \cdot \beta \cdot \gamma</math></p>	 <p><b>Όγκος</b> κυλίνδρου (με ύψος <math>u</math> και ακτίνα βάσης <math>a</math>) = <math>\pi \cdot a^2 \cdot u</math></p>
Όγκος = $a \cdot a \cdot a$		Όγκος = $\pi \cdot a \cdot a \cdot u$

### Ασκήσεις

1. Η ακμή του κύβου είναι 5 εκατοστά. Να βρεις πόσο είναι το εμβαδό του κύβου και πόσος είναι ο όγκος του.
2. Ο κ. Θόδωρος θέλει να φτιάξει ένα κλειστό μεταλλικό κιβώτιο σχήματος κύβου. Η πλευρά του είναι 1 μέτρο. Πόσα τετραγωνικά μέτρα μέταλλο θα χρειαστεί ;
3. Η κ. Γεωργία θέλει να φτιάξει ένα γυάλινο ενυδρείο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, ανοικτό από πάνω, με μήκος 1 μέτρο, πλάτος 0,5 μέτρα και ύψος 0,6 μέτρα. Πόσα μέτρα γυαλιού θα χρειαστεί ;
4. Ένας κύλινδρος έχει ύψος 10 εκατοστά και ακτίνα βάσης 4 εκατοστά. Να βρεις το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.
5. Ένα βαρέλι έχει κυλινδρικό σχήμα, με διάμετρο βάσης 1 μέτρο και ύψος 1,5 μέτρα. Πόσα λίτρα νερό χωράει μέσα σ' αυτό το βαρέλι ;
6. Η ακμή ενός κύβου είναι 10 εκατοστά. Να βρεις πόσο είναι το εμβαδόν του κύβου και πόσος είναι ο όγκος του.
7. Ο όγκος του κύβου είναι 125 κ. μ. Πόσα μέτρα είναι η ακμή του ;
8. Η κ. Στέλλα θέλει να ντύσει ένα κουτί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με βελουτέ χαρτί. Το μήκος του κουτιού είναι 60 εκατοστά, το πλάτος του 40 εκατοστά και το ύψος του 30 εκατοστά. Πόσα τ. εκατ. βελουτέ χαρτί θα χρειαστεί;
9. Το κολυμβητήριο της Αλεξάνδρειας έχει μήκος 50 μέτρα, πλάτος 20 μέτρα και βάθος 2,5 μέτρα. Πόσα κ.μ. νερό χρειάζεται για να γεμίσει ;
10. Η τιμή του αργού πετρελαίου υπολογίζεται σε δολάρια ανά βαρέλι. Ένα βαρέλι έχει διάμετρο βάσης 80 εκατοστά και ύψος 1,2 μέτρα. Πόσα λίτρα πετρελαίου χωράει το βαρέλι ;

11. Ένα μεταλλικό κουτί έχει διαστάσεις 0,5 μέτρα, 15 δέκατα και 20 εκατοστά. Πόσος είναι ο όγκος του ;
12. Ένα κουτί αναψυκτικού έχει ακτίνα βάσης 4 εκατοστά και ύψος 8 εκατοστά. Πόσο είναι το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του και πόσος είναι ο όγκος του ;
13. Θέλω να τυλίξω ένα δώρο το οποίο βρίσκεται σε ορθογώνιο κουτί διαστάσεων 20, 30, 40 εκατοστών. Πόσο είναι το εμβαδόν του χαρτιού περιτυλίγματος ;
14. Μία δεξαμενή γεμίζει με 1.500 κουβάδες νερού ακριβώς. Ο κουβάς χωράει 15 λίτρα νερό. Πόσα λίτρα χωράει η δεξαμενή ;
15. Ένας άνθρωπος πίνει 10 ποτήρια νερό την ημέρα. Κάθε ποτήρι περιέχει 200 κυβικά εκατοστά νερού. Πόσο νερό πίνει στη διάρκεια ενός μήνα, ενός έτους και πόσο στη διάρκεια των 75 χρόνων της ζωής του ; ( 1 μήνας = 30 ημέρες, 1 έτος = 360 μέρες )
16. Μία δεξαμενή πετρελαίου σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει διαστάσεις 2 μέτρα, 1 μέτρο και 1 μέτρο. Πόσα λίτρα πετρέλαιο χωράει όταν γεμίσει εντελώς ;
17. Ο κ. Γιώργος έφτιαξε, από λαμαρίνα, μια δεξαμενή πετρελαίου σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με μήκος 2,10 μ., πλάτος 1,40 μ. και ύψος 1,20 μ. Πόσα τετραγωνικά μέτρα λαμαρίνας χρησιμοποίησε ;
18. Μια αίθουσα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει εμβαδόν βάσης 72 τ.μ. Το μήκος της είναι 9 μ. και το ύψος της 3,5 μ. Πόσο είναι το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας ;
19. Το δωμάτιο της Μαρίας έχει μήκος 3,50 μ., πλάτος 2,80 μ. και ύψος 3 μ. Ο πατέρας της έβαψε τους τοίχους και το ταβάνι. Για κάθε 6 τ.μ. χρειάστηκε ένα κιλό χρώμα αξίας 5 €. Πόσο στοίχισε το χρώμα για το βάψιμο του δωματίου ;
20. Πόσα τ.μ. λαμαρίνα πρέπει να παραγγείλει ένας σιδηρουργός, όταν σκέφτεται να κατασκευάσει 150 μπουριά για σόμπες, με διάμετρο 0,18 μ. και μήκος 1,2 μ. ;
21. Το τάβλι έχει 30 πούλια, που το καθένα έχει σχήμα κυλίνδρου με διάμετρο 3,5 εκ. και ύψος (πάχος) 0,5 εκ. Αν τα τοποθετήσουμε το ένα πάνω στο άλλο, πόσο θα είναι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που θα προκύψει ;
22. Σε πόσες ώρες μια βρύση, που παρέχει 1 κ.μ. νερό σε 1 λεπτό, θα γεμίσει μια πισίνα διαστάσεων 50 μ. επί 18 μ. επί 1,5 μ. ;
23. Ένα θερμοκήπιο είναι κατασκευασμένο με ημικύκλια, διαμέτρου 6 μέτρων. Το μήκος του είναι 50 μέτρα. Υπολόγισε τον όγκο του.
24. Ένα εργοστάσιο αναψυκτικών γέμισε με αναψυκτικό κυλινδρικά κουτάκια διαμέτρου 0,08 μ. και ύψους 0,10 μ. Πόσα τέτοια κουτάκια χρησιμοποίησε για να συσκευάσει 10.048 λίτρα αναψυκτικού ;

## Ανακεφαλαίωση

Περίμετρος







Άθροισμα των πλευρών ενός σχήματος

Εμβαδόν

Πόση επιφάνεια έχει ένα σχήμα

Όγκος

Πόσο χωράει ένα στερεό

<p><b>ΠΟΛΥΓΩΝΑ</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>τρίγωνο</li> <li>τετράπλευρο</li> <li>πεντάγωνο</li> <li>κανονικό πεντάγωνο</li> <li>εξάγωνο</li> <li>οκτάγωνο</li> </ul>	<p><b>ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>τετράγωνο</li> <li>ορθογώνιο παραλληλόγραμμο</li> <li>ρόμβος</li> <li>παραλληλόγραμμο</li> <li>τραπέζιο</li> <li>τετράπλευρο</li> </ul>	<p><b>ΓΩΝΙΕΣ</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>μέτρηση γωνίας</li> <li>άθροισμα γωνιών τριγώνου</li> <li>άθροισμα γωνιών τετράπλευρου</li> </ul>
<p><b>ΕΜΒΑΔΟ</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>τετραγώνου <math>E = a^2</math></li> <li>παραλληλόγραμμου <math>E = \beta \cdot \upsilon</math></li> <li>τριγώνου <math>E = (\beta \cdot \upsilon) / 2</math></li> <li>τραπέζιου <math>E = (\beta + \text{B}) \cdot \upsilon / 2</math></li> <li>κυκλικού δίσκου <math>E = \pi \cdot \alpha^2</math></li> </ul>	<p><b>ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ-ΣΜΙΚΡΥΝΣΗ</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>στη φύση</li> <li>στις ανθρώπινες κατασκευές</li> <li>στα σχήματα</li> </ul>	<p><b>ΚΛΙΜΑΚΑ</b></p>  <p>Κλίμακα είναι ο λόγος:          απόσταση στο σχέδιο          απόσταση στην πραγματικότητα          Για τη μεγέθυνση ή τη σμίκρυνση          ενός σχήματος τηρούμε αναλογία          με την κλίμακα</p>

## Περιεχόμενα

### Γεωμετρία

Σημείο, ευθύγραμμο τμήμα, ευθεία, ημιευθεία .....	σελ. 5
Σχέση, απόσταση σημείου με ευθεία, μέσο, μεσοκάθετος .....	σελ. 7
Γωνίες - Είδη γωνιών, Κατασκευή γωνίας .....	σελ. 9
Γωνίες - Διχοτόμος γωνίας, Κατασκευή διχοτόμου .....	σελ. 11
Τρίγωνο - Στοιχεία, είδη τριγώνων, κατασκευή .....	σελ. 15
Ύψος - διχοτόμος - διάμεσος τριγώνου .....	σελ. 19
Περίμετρος - Άθροισμα γωνιών - Εμβαδό τριγώνου .....	σελ. 23
Τετράπλευρα - Βασικά στοιχεία - Ιδιότητες - Άθροισμα γωνιών	σελ. 27
Τετράγωνο - Περίμετρος - Εμβαδό .....	σελ. 31
Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο, κατασκευή, Περίμετρος, Εμβαδό	σελ. 35
Πλάγιο Παραλληλόγραμμο, κατασκευή, Περίμετρος, Εμβαδό ....	σελ. 39
Τραπεζίο, Περίμετρος, Εμβαδό Ρόμβος, Περίμετρος, Εμβαδό ...	σελ. 43
Πολύγωνα, Άθροισμα γωνιών, Περίμετρος .....	σελ. 47
Κύκλος, κατασκευή, Μήκος κύκλου, Εμβαδό κυκλικού δίσκου ....	σελ. 51
Τάγκραμ - Ισοεμβαδικά σχήματα .....	σελ. 53
Άξονας Συμμετρίας .....	σελ. 55
Σμίκρυνση - Μεγέθυνση.....	σελ. 57
Στερεά, Εμβαδό, Όγκος .....	σελ. 59

## Βιβλιογραφία

- Πέτρος Κλιάπης, Σχολικός Σύμβουλος 3ης Περιφέρειας Ημαθίας, Οδηγίες για τη διδασκαλία των μαθηματικών.
- Μαθηματικά Ε΄ & ΣΤ΄, ΟΕΔΒ.
- <http://11dim-enosm.thess.sch.gr>, 11<sup>ο</sup> Δημοτικό Σχολείο Ευόσμου
- Πανεπιστήμιο Αιγαίου
- Βικιπαίδεια

