

Μαθηματικά Ε΄
Τεύχος 1ο

ΑΡΒΑΝΙΤΙΔΗΣ ΘΕΟΔΩΡΟΣ

ΣΠΥΡΙΔΩΝΙΔΗΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ
ΑΚΡΙΒΟΠΟΥΛΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ

Φυσικοί Αριθμοί

Υπενθύμιση Δ΄ τάξης
Ασκήσεις

1. Να κάνεις τις προσθέσεις :

209	101	595	614	185
212	709	221	127	667
<u>+ 127</u>	<u>+ 111</u>	<u>+ 100</u>	<u>+ 202</u>	<u>+ 103</u>

345	538	816	248	347	723	707	340	248	394	307
<u>+ 249</u>	<u>+ 237</u>	<u>+ 185</u>	<u>+ 152</u>	<u>+ 246</u>	<u>+ 178</u>	<u>+ 195</u>	<u>+ 179</u>	<u>+ 160</u>	<u>+ 283</u>	<u>+ 109</u>

431	225	325	92	64	146
114	309	107	354	164	94
108	147	215	147	285	253
<u>+ 253</u>	<u>+ 94</u>	<u>+ 71</u>	<u>+ 203</u>	<u>+ 307</u>	<u>+ 372</u>

89	93	816	98	293
<u>+</u>	<u>+</u>	<u>+</u>	<u>+</u>	<u>+</u>
257	164	912	733	509

2. Να συμπληρώσεις τα κενά, όπως στα παραδείγματα :

$380 + 250 = 430 + 200 = 630$	$384 + 60 = 440 + 4 = \dots\dots\dots$
$540 + 350 = \dots\dots + 400 = \dots\dots\dots$	$586 + 60 = \dots\dots + 6 = \dots\dots\dots$
$540 + 370 = 600 + \dots\dots = \dots\dots\dots$	$558 + 70 = \dots\dots + 8 = \dots\dots\dots$
$250 + 180 = 200 + \dots\dots = \dots\dots\dots$	$589 + 70 = \dots\dots + 9 = \dots\dots\dots$
$620 + 180 = \dots\dots + 100 = \dots\dots\dots$	$645 + 50 = \dots\dots + 5 = \dots\dots\dots$
$705 + 105 = 700 + \dots\dots = \dots\dots\dots$	$673 + 50 = \dots\dots + 3 = \dots\dots\dots$
$390 + 310 = \dots\dots + 400 = \dots\dots\dots$	$732 + 40 = \dots\dots + 2 = \dots\dots\dots$
$830 + 170 = \dots\dots + 200 = \dots\dots\dots$	$777 + 40 = \dots\dots + 7 = \dots\dots\dots$

3. Να κάνεις τις παρακάτω αφαιρέσεις:

$$\begin{array}{r} 534 \\ - 123 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 947 \\ - 314 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 428 \\ - 216 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 698 \\ - 264 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 384 \\ - 162 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 987 \\ - 284 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 217 \\ - 109 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 640 \\ - 519 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 372 \\ - 239 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 451 \\ - 145 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 335 \\ - 117 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 480 \\ - 216 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 717 \\ - 320 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 653 \\ - 142 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 800 \\ - 371 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 605 \\ - 450 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 871 \\ - 341 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 598 \\ - 138 \\ \hline \end{array}$$

4. Να κάνεις τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς:

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 17 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 54 \\ \times 14 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 61 \\ \times 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 73 \\ \times 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 82 \\ \times 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 91 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

$$+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad +$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \times 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 46 \\ \times 18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \times 15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 31 \\ \times 14 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 42 \\ \times 13 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

$$+ \quad + \quad + \quad + \quad + \quad +$$

5. Να κάνεις τις παρακάτω διαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$$6349 : 7 = \dots\dots \quad 2448 : 6 = \dots\dots \quad 3654 : 9 = \dots\dots \quad 4864 : 8 = \dots\dots$$

$$\begin{array}{r} 6349 \overline{) 7} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2448 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3654 \overline{) 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4864 \overline{) 8} \\ \hline \end{array}$$

6. Η πρώτη περίοδος στο σχολείο ξεκινά στις 08 : 10 και το κουδούνι για διάλειμμα χτυπά στις 09 : 40. Πόση ώρα διαρκεί η πρώτη περίοδος ;

7. Βάζω τους αριθμούς στη σειρά από τον μεγαλύτερο στο μικρότερο :

145.876 156.455 164.987 121.349 199.999 111.111

8. Με τα ψηφία 9, 8, 7, 6, 5 και 4 γράφω 5 εξαψήφιους αριθμούς, οι οποίοι είναι μικρότεροι του 600.000 και μεγαλύτεροι του 400.000, χρησιμοποιώντας κάθε φορά όλα τα ψηφία και από μία φορά το κάθε ένα. Τέλος βάζω στη σειρά τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.
9. Παρατηρώ προσεκτικά και συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν στο παρακάτω ορθογώνιο :

100		1.400	400
1.200	500		
500	1.000	200	
300			1.300

10. Συμπληρώνω τους παρακάτω πίνακες :

+	89.009	89.099	89.999
1			

-	1	10	100
100.000			

-	1	10	100
299.999			

+	1	10	100
799.999			

+	1	10	100
149.999			

-	1	10	100
500.000			

11. Έδωσα 50 ευρώ. Πήρα ρέστα 4 ευρώ και 50 λεπτά. Τι μπορεί να αγόρασα από τα παρακάτω σχολικά είδη ;

Τσάντα 23 ευρώ.

Κασετίνα 12,50 ευρώ.

Τετράδιο 5 ευρώ το ένα.

Μπλοκ ζωγραφικής 5 ευρώ.

Ξυλομπογιές, 5 ευρώ το κουτί.

Μαρκαδόρους, 5,50 ευρώ το κουτί.

12. Φτιάχνω δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα με εμβαδό 6 τ. εκατ. :

13. Να συμπληρώσεις τα παρακάτω κενά :

1 ώρα = λεπτά

179 λεπτά = ώρες λεπτά

μιάμιση ώρα = λεπτά

τρία τέταρτα της ώρας = λεπτά

5 λεπτά = δευτερόλεπτα

$\frac{1}{10}$ του 100 =

$\frac{1}{10}$ του 30 =

14. Γράφω δίπλα σε κάθε αριθμό το είδος του:

5.605 :

148,50 :

$\frac{3}{4}$:

8 κιλά και 750 γραμμάρια :

15. Να κάνεις με το νου τις παρακάτω πράξεις:

350.000 + 150.000 =

680.000 + 120.000 =

730.000 + 270.000 =

850.000 - 250.000 =

900.000 - 800.000 =

1.000.000 - 700.000 =

Πώς μπορώ να γράψω έναν αριθμό.

Ένας αριθμός μπορεί να γραφεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους :

- Μπορεί να γραφεί με ψηφία (π.χ. 46.500)
- Με λέξεις (π.χ. σαράντα έξι χιλιάδες πεντακόσια)
- Με μεικτό τρόπο, με ψηφία και με λέξεις (π.χ. 46 χιλιάδες 500).

Με ψηφία	Με λέξεις	Με ψηφία και λέξεις
46.500	Σαράντα έξι χιλιάδες πεντακόσια	46 χιλιάδες 500
350.000	Τριακόσιες πενήντα χιλιάδες	350 χιλιάδες
123.000	Εκατόν είκοσι τρεις χιλιάδες	123 χιλιάδες

Η αξία των ψηφίων ενός αριθμού.

Σε έναν αριθμό κάθε ψηφίο έχει διαφορετική αξία ανάλογα με τη θέση του. Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε την αξία κάθε ψηφίου ανάλογα με τη θέση που έχει στον αριθμό.

Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

Παράδειγμα

Αναλύω τους παρακάτω αριθμούς :

125.345, 48.899, 7.999, 999.999, 1.000.000

Αριθμός	Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
125.345	-	-	-	1	2	5	3	4	5
48.899	-	-	-	-	4	8	8	9	9
7.999	-	-	-	-	-	7	9	9	9
999.999	-	-	-	9	9	9	9	9	9
1.000.000	-	-	1	0	0	0	0	0	0

Θυμάμαι ακόμη ότι :

- $150.001 = 100.000 + 50.000 + 1$
- $27.850 = 20.000 + 7.000 + 800 + 50$
- $345.000 = 300.000 + 40.000 + 5.000$
- $890.999 = 800.000 + 90.000 + 900 + 90 + 9$
- $125.000 = 100.000 + 20.000 + 5.000$
- $100.020 = 100.000 + 20$
- $999.999 = 900.000 + 90.000 + 9.000 + 900 + 90 + 9$
- Κλπ.

Ασκήσεις

1. Να αναλύσεις τους αριθμούς που υπάρχουν στον πίνακα και στη συνέχεια να τους βάλεις στη σειρά από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

Αριθμός	Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
345.899									
298.987									
123									
2.909									
554.321									

2. Να συμπληρώσεις τα κενά στον παρακάτω πίνακα :

Με ψηφία	Με λέξεις	Με ψηφία και λέξεις
543.000		
400.100		
900.450		

3. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

Με ψηφία	Με λέξεις	Με ψηφία και λέξεις
1.000.000		
	Τριακόσιες πενήντα χιλιάδες δύο	
		550 χιλιάδες 45
980.020		
	Διακόσιες χιλιάδες σαράντα τρία	
		600 χιλιάδες 300

4. Να βάλεις τα σύμβολα της ανισότητας ή ισότητας στους παρακάτω αριθμούς :

- α) $4.352.205$ $4.325.520$ γ) $4.325.025$ $4.325.025$
 β) $4.325.502$ $4.352.025$ δ) $2.600.000$ $2.601.000$

5. Να αναλύσεις τους αριθμούς όπως το παράδειγμα :

$$98.765 = 90.000 + 8.000 + 700 + 60 + 5$$

- 23.897 =
- 123.456 =
- 987.654 =
- 234.567 =
- 765.543 =
- 800.004 =

6. Ποια η αξία του αριθμού 6 στους παρακάτω αριθμούς ;

- 123.45**6**
- 234.5**6**7
- 345.**6**78
- 45**6**.789
- **56**7.890

7. Να χωρίσεις τους παρακάτω αριθμούς σε τριψήφια τμήματα, βάζοντας τελείες. Στη συνέχεια να τους βάλεις σε σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο :

243254350 54699007 1000000000

.....
56000800 439000876 470980701
.....
.....

8. Να αντιστοιχίσετε τα ισοδύναμα :

- | | | | |
|-------------------------|---|---|---------------------------|
| 10 δεκάδες | • | • | 1 εκατοντάδα εκατομμυρίων |
| 10 μονάδες χιλιάδων | • | • | 1 εκατοντάδα χιλιάδων |
| 10 μονάδες εκατομμυρίων | • | • | 1 εκατοντάδα |
| 10 δεκάδες χιλιάδων | • | • | 1 δεκάδα χιλιάδων |
| 10 δεκάδες εκατομμυρίων | • | • | 1 δεκάδα εκατομμυρίων |

9. Να συμπληρώσεις τα κενά στον παρακάτω πίνακα :

Ανάλυση του αριθμού	Ο αριθμός με ψηφία	Ο αριθμός με ψηφία και λέξεις
$10.000.000 + 50.000 + 7.000$		
		100εκατ. 75χιλ.
$100.000 + 1.000.000 + 700.000 + 50.000$		
	101.507.000	
		110εκατ. 705χιλ.
	110.750.000	

10. Μπορείς να βάλεις στο γνωστό μας πίνακα τους παρακάτω αριθμούς και να τους διαβάσεις :

α) 9.740.417

γ) 1.000.900.000

β) 3.508.928

δ) 125.750.000

Δισεκατομμύρια			Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
			2	5	0	0	0	0	0	0	0

Γράφουμε	Διαβάζουμε
250.000.000	Διακόσια πενήντα εκατομμύρια

Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000

Οι αριθμοί ανάλογα με το πλήθος των ψηφίων τους χωρίζουμε σε :

- **μονοψήφιους**, όταν έχουν ένα ψηφίο, π.χ. 4
- **διψήφιους**, όταν έχουν δύο ψηφία, π.χ. 24
- **τριψήφιους**, όταν έχουν τρία ψηφία, π.χ. 245
- **πολυψήφιους**, όταν έχουν περισσότερα από τρία ψηφία, π.χ. 3.456, 2.345.567.

Σύγκριση αριθμών

Όταν πρέπει να συγκρίνω δύο ή περισσότερους αριθμούς εξετάζω πρώτα τον αριθμό των ψηφίων τους. Ο αριθμός με τα περισσότερα ψηφία είναι πάντοτε μεγαλύτερος. Αν όμως έχουν ίδιο αριθμό ψηφίων, τότε συγκρίνω τα ψηφία ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία, δηλαδή από τα αριστερά του αριθμού. Αν τα ψηφία είναι ίσα, συνεχίζω προς τα δεξιά μέχρι κάποιο από τα ψηφία να είναι μεγαλύτερο στον έναν αριθμό από τον άλλον.

Παράδειγμα 1ο

Θέλω να συγκρίνω τους αριθμούς : 123.456 και 123.465.

Ξεκινάω από αριστερά προς τα δεξιά. Στη θέση των ΕΧ το ψηφίο είναι και στους δύο αριθμούς το 1. Συνεχίζω στη θέση των ΔΧ και το ψηφίο είναι και στους δύο αριθμούς το 2. Συνεχίζω στη θέση των ΜΧ και το ψηφίο είναι και στους δύο το 3. Συνεχίζω στη θέση των ΕΜ και το ψηφίο είναι και στους δύο το 4. Συνεχίζω στη θέση των ΔΜ και βλέπω ότι το 6 του δεύτερου αριθμού είναι μεγαλύτερο από το 5 του πρώτου αριθμού.
Άρα ο αριθμός $123.465 > 123.456$

Παράδειγμα 2ο

Πρέπει να βάλω στη σειρά από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο τους αριθμούς :
125.345, 48.899, 7.999, 999.999 και 1.000.000 .

Μεγαλύτερος είναι το 1.000.000 γιατί έχει τα περισσότερα ψηφία. Αμέσως μετά είναι οι δύο πολυψήφιοι 999.999 και 125.345. Μεγαλύτερος είναι το 999.999 γιατί το 9 είναι μεγαλύτερο του 1, (στη θέση των ΕΧ). Ο επόμενος είναι το 48.899 και ο μικρότερος το 7.999.

Αριθμός	Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
125.345	-	-	-	1	2	5	3	4	5
48.899	-	-	-	-	4	8	8	9	9
7.999	-	-	-	-	-	7	9	9	9
999.999	-	-	-	9	9	9	9	9	9
1.000.000	-	-	1	0	0	0	0	0	0

$1.000.000 > 999.999 > 125.345 > 48.899 > 7.999$

Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000.000

Για να διαβάσουμε εύκολα έναν πολυψήφιο αριθμό τον χωρίζουμε από δεξιά προς τα αριστερά σε τριψήφια τμήματα με μια τελεία. Η γραφή των πολυψήφιων αριθμών είναι η ίδια που ξέρουμε. Η αξία του κάθε ψηφίου σε πολυψήφιους αριθμούς καθορίζεται από τη θέση που καταλαμβάνει το ψηφίο αυτό.

π.χ. Έχω τον αριθμό : 1234567890. Τον χωρίζω από δεξιά προς τα αριστερά σε τριψήφια τμήματα με τελείες. Ο αριθμός θα γίνει : 1.234.567.890 και θα διαβαστεί: ένα δισεκατομμύριο, διακόσια τριάντα τέσσερα εκατομμύρια, πεντακόσιες εξήντα επτά χιλιάδες οκτακόσια ενενήντα.

Ασκήσεις

1. Να αναλύσεις τους αριθμούς που υπάρχουν στον παρακάτω πίνακα και στη συνέχεια να τους βάλεις στη σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

Αριθμός	Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ	Ε	Δ	Μ
135.789									
245.987									
99.999									
1.000.000									
123.456.789									

..... < < < <

2. Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 0, 1, 3, 5, 7, 8 & 9 να σχηματίσεις 4 επταψήφιους αριθμούς. Στη συνέχεια να τους βάλεις σε σειρά από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο.

.....

..... > > >

3. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος και ποιος ο μικρότερος πενταψήφιος αριθμός που μπορείς να φτιάξεις με τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 :

- Μεγαλύτερος :
- Μικρότερος :

4. Με τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 και 0 να σχηματίσεις τον μεγαλύτερο εξαψήφιο και το μικρότερο εξαψήφιο αριθμό :

- Μεγαλύτερος :
- Μικρότερος :

5. Να βρεις :

- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος τριψήφιος αριθμός και ποιος είναι ο μικρότερος ;
- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος τετραψήφιος αριθμός και ποιος είναι ο μικρότερος ;
- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος διψήφιος αριθμός και ποιος ο μικρότερος ;

6. Να βρεις την αξία του ψηφίου 5 στους παρακάτω αριθμούς :

45.897

5.123.467

543.123

9.995

12.512

152.712

7. Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο ακέραιο αριθμό στον παρακάτω πίνακα :

	5.000.000	
	88.000.000	
	30.000.000	
	45.001	
	250.000.000	
	13.500.000	
	25.999	
	123.456.789	
	987.654.321	
	12.000.000	
	3.000.500	
	2.000.000	
	33.000.000	
	22.000.000	
	34.006	
	670.000.000	
	87.400.000	
	99.999	
	1.000.000	
	456	

	1.000	
	98.000.000	
	999.999.999	
	10.000.000	
	50.555	
	54.000.000	
	18.987	
	975.321	
	135.246.789	
	44.345.678	
	777.777	
	7.000	
	5.000.000	
	99.999.999	
	9.000.001	
	60.566	
	99.000.007	
	56.983	
	66.325	
	5.246.767	

8. Να συμπληρώσεις τα ψηφία που λείπουν, ώστε να ισχύουν οι ανισότητες :

$$9 \dots 5 < 935$$

$$3 \dots 6 > 3.064$$

$$6 \dots 6 > 6.567$$

$$8 \dots 5 < 8.759$$

$$8 \dots 7 > 8.076$$

$$7 \dots 8 > 7.788$$

9. Βρίσκω το λάθος στις παρακάτω ισότητες και γράφω το σωστό:

- α) 101 εκατομμύρια 10 χιλιάδες = 101.000.010 :
- β) 40 εκατομμύρια 40 χιλιάδες = 40.400.000 :
- γ) 75 εκατομμύρια 750 χιλιάδες = 75.075.000 :
- δ) 1 δισεκατομμύριο = 1.000.000 :
- ε) 2 δισεκατομμύρια 200 εκατομμύρια = 2.000.200.000 :

10. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως το παράδειγμα :

Αριθμός	Μονοψήφιος	Διψήφιος	Τριψήφιος	Πολυψήφιος	Μονός	Ζυγός
145			X		X	
8						
2.165						
77.542						
2.123.234						
17						
1.000.000						

11. Να αναλύσεις τους παρακάτω αριθμούς, όπως το παράδειγμα :

- $40.857 = 4\Delta X + 0M X + 8E + 5\Delta + 7M$
- $123.456 = \dots\dots\dots$
- $1.000.100 = \dots\dots\dots$
- $337.987 = \dots\dots\dots$
- $90.876 = \dots\dots\dots$

12. Να γράψεις ποιοι αριθμοί προκύπτουν :

- $5\Delta X + 0M X + 7E + 0\Delta + 2M = 50.702$
- $3\Delta E + 2M E + 6E X + 7\Delta X + 5M X + 5E + 3\Delta + 0M = \dots\dots\dots$
- $5\Delta E + 5\Delta X + 3\Delta = \dots\dots\dots$
- $1E E + 1\Delta E + 1 M E = \dots\dots\dots$
- $1E = \dots\dots\dots$

Φυσικοί αριθμοί

Λέγονται οι αριθμοί που βρίσκονται καθημερινά στη φύση, γύρω μας.

π.χ. 1 μήλο, 2 παιδιά, 5 αυτοκίνητα, 100 πρόβατα, 1.000 δέντρα κλπ.

Εκτός από πλήθος οι αριθμοί αυτοί μπορούν να δηλώσουν και τη θέση - σειρά που μπορεί να βρίσκεται κάποιος / κάποια .

π.χ. στη σειρά είμαι 2^{ος}, κάθομαι στο 3^ο θρανίο, πηγαίνω στο 5^ο Δ.Σ. κλπ.

Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν επόμενο και έναν προηγούμενο φυσικό αριθμό, εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο, το 1.

Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε δύο κατηγορίες :

- ❖ Τους άρτιους ή ζυγούς, που είναι οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2.
- ❖ Τους περιττούς ή μονούς, που είναι οι φυσικοί αριθμοί που δε διαιρούνται με το 2.

Χρησιμοποιώντας μόνο τα δέκα γνωστά ψηφία, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης μας δίνει την δυνατότητα να σχηματίσουμε άπειρο (αμέτρητο) πλήθος αριθμών.

Στρογγυλοποίηση Φυσικών Αριθμών

Πολλές φορές αντικαθιστούμε ένα φυσικό αριθμό με μία προσέγγισή του, (περίπου) δηλαδή κάποιον μεγαλύτερο ή μικρότερό του. Τη διαδικασία αυτή την ονομάζουμε στρογγυλοποίηση.

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα φυσικό αριθμό, **πρέπει πρώτα να γνωρίζουμε την τάξη** στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίησή του. Κοιτάζουμε το επόμενο στην τάξη ψηφίο και :

- ❖ Αν αυτό είναι 0, 1, 2, 3, και 4, το ψηφίο παραμένει το ίδιο και τα ψηφία που βρίσκονται στις επόμενες τάξεις μηδενίζονται.

π.χ. 413 θέλουμε να το στρογγυλοποιήσουμε στις εκατοντάδες. Το ψηφίο που μας ενδιαφέρει είναι το 4, δηλαδή οι εκατοντάδες. Κοιτάζω το επόμενο ψηφίο. Είναι 1, δηλαδή το 4 μένει όπως είναι και τα υπόλοιπα ψηφία μηδενίζονται.

$$413 \rightarrow 400$$

Αν ήθελα να το στρογγυλοποιήσω στις δεκάδες, το νούμερο που θα με ενδιέφερε είναι το 1, δηλαδή οι δεκάδες. Κοιτάζω το επόμενο ψηφίο. Είναι 3, δηλαδή το 1 μένει όπως είναι και το 3 γίνεται μηδέν.

$$413 \rightarrow 410$$

❖ Αν αυτό είναι 5, 6, 7, 8 και 9, το ψηφίο μεγαλώνει κατά μία μονάδα και τα ψηφία που βρίσκονται στις επόμενες τάξεις μηδενίζονται.

π.χ. 4.589 θέλουμε να το στρογγυλοποιήσουμε στις μονάδες χιλιάδες. Το ψηφίο που μας ενδιαφέρει είναι το 4, δηλαδή οι μονάδες χιλιάδες. Κοιτάζω το επόμενο ψηφίο. Είναι 5, δηλαδή το 4 γίνεται 5 και τα υπόλοιπα ψηφία μηδενίζονται.

$$4.589 \rightarrow 5.000$$

Αν ήθελα να στρογγυλοποιήσω στις εκατοντάδες μονάδες, το νούμερο που θα με ενδιέφερε θα είναι το 5, κοιτάζω το επόμενο νούμερο. Είναι 8, δηλαδή το 5 γίνεται 6 και υπόλοιπα μηδενίζονται

$$4.589 \rightarrow 4.600$$

Ασκήσεις

1. Να στρογγυλέψεις τους πληθυσμούς των παρακάτω κρατών στην τάξη των δεκάδων εκατομμυρίων. (Απογραφή 2008)

Κράτος	Πληθυσμός	Στρογγυλοποίηση
Η.Π.Α.	303.824.640
Ρωσία	140.702.096
Μ. Βρετανία	60.943.912
Γερμανία	82.369.552
Βραζιλία	196.342.592

2. Σε ποιο ψηφίο έγινε η στρογγυλοποίηση των αριθμών :

α) 6.362 6.360 (στις)

β) 15.483 15.500 (στις)

γ) 127.365 127.000 (στις)

δ) 387.296 390.000 (στις)

ε) 193.565 194.000 (στις)

3. Να στρογγυλοποιήσεις στην τάξη των εκατοντάδων χιλιάδων. Πόσος είναι περίπου ο πληθυσμός της Ελλάδας ; Η επίσημη απογραφή λέει ότι είμαστε 10.934.097 κάτοικοι. Πού οφείλεται η διαφορά ; Στην απογραφή του 2001 οι περιφέρειες της χώρας μας είχαν τον παρακάτω πληθυσμό :

Περιφέρεια	Πληθυσμός	Στρογγυλοποίηση
Αττικής	3.894.573
Κεντρικής Μακεδονίας	1.874.597
Θεσσαλίας	740.115
Δυτικής Ελλάδας	721.541
Ανατ. Μακεδονίας & Θράκης	607.162
Πελοποννήσου	597.622
Κρήτης	594.368
Στερεάς Ελλάδας	558.144
Ηπείρου	336.392
Νοτίου Αιγαίου	298.462
Δυτικής Μακεδονίας	294.317
Ιονίων Νήσων	209.608
Βορείου Αιγαίου	205.235

4. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει ακριβώς τον πληθυσμό μερικών ελληνικών πόλεων.

- Να στρογγυλοποιήσεις τους αριθμούς του πίνακα στις εκατοντάδες.
- Να γράψεις στη σειρά τις πόλεις σύμφωνα με τον πληθυσμό τους, αρχίζοντας από την πόλη με το μικρότερο πληθυσμό.

Πόλη	Ακριβής αριθμός	Στρογγυλοποιημένος αριθμός
Βόλος	507.407
Αλεξανδρούπολη	64.534
Θεσσαλονίκη	2.706.180
Πάτρα	204.596
Λάρισα	152.148
Σέρρες	65.213
Κατερίνη	79.895
Αθήνα	4.027.331

5. Να στρογγυλοποιήσεις τους αριθμούς στον παρακάτω πίνακα :

Αριθμός	Στρογγυλοποίηση σε ΜΧ	Στρογγυλοποίηση σε Ε	Στρογγυλοποίηση σε Δ
135.432	135.000	135.400	135.430
167.987
201.575
345.789
2.000.123
1.345.654
456.432
2.432.213
367.901
777.777
222.222
918.273
456.543

6. Ένα πολυκατάστημα έκανε τον περασμένο μήνα εισπράξεις 325.928 € και πληρωμές 283.102€. Πόσες ήταν περίπου οι εισπράξεις και πόσες οι πληρωμές του ;

7. Υπολογίζεται ότι σ' όλο τον κόσμο υπάρχουν 2.100.252.000 χριστιανοί. Πόσοι είναι σε στρογγυλοποιημένο αριθμό όλοι οι χριστιανοί ;

8. Αφού κάνετε στρογγυλοποίηση στις, ΜΧ, στους παρακάτω αριθμούς, να τους κατατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

- α) 250.123.750
- β) 125.748.400
- γ) 9.740.417
- δ) 1.000.900.000

9. Βάζω Σ στο σωστό και Λ στο λάθος :

- α) Ο ταχυδρομικός κώδικας στρογγυλοποιείται.
- β) Ο αριθμός 19 στρογγυλοποιημένος στη δεκάδα γίνεται 20.
- γ) Ο αριθμός 125 στρογγυλοποιημένος στην εκατοντάδα γίνεται 200.
- δ) Ο αριθμός ταυτότητας στρογγυλοποιείται.

Πρόσθεση Φυσικών Αριθμών

Για να προσθέσω φυσικούς αριθμούς πρέπει να προσθέσω τις μονάδες των αριθμών αυτών, μετά τις δεκάδες των αριθμών, μετά τις εκατοντάδες κλπ. Η πρόσθεση φυσικών αριθμών μπορεί να γίνει οριζόντια και κάθετα.

π.χ. $245 + 765 = 1.010$

Προσθετέοι
Άθροισμα

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 765 \\ \hline 1.010 \end{array}$$

$$1.250 + 45 = 1.295$$

$$\begin{array}{r} 1.250 \\ + 45 \\ \hline 1.295 \end{array}$$

Ιδιότητες πρόσθεσης :

- Το 0 όταν προστεθεί σε έναν φυσικό αριθμό, δεν τον μεταβάλλει.
 $5 + 0 = 0 + 5 = 5$
- Μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος, **αντιμεταθετική ιδιότητα**.
 $2 + 5 = 5 + 2 = 7$
- Μπορούμε να αντικαθιστούμε προσθετέους με το άθροισμά τους ή να αναλύουμε ένα προσθετέο σε άθροισμα, **προσεταιριστική ιδιότητα**.

$$5 + (3 + 2) = (5 + 2) + 3$$

Η Δοκιμή γίνεται αλλάζοντας τη σειρά των προσθετέων αριθμών .

π.χ. $5 + 4 = 9$
 $4 + 5 = 9$

Αφαίρεση Φυσικών Αριθμών

Για να αφαιρέσω φυσικούς αριθμούς πρέπει ο Μειωτέος να είναι μεγαλύτερος από τον Αφαιρετέο. Το αποτέλεσμα της πράξης λέγεται Διαφορά. Αφαιρώ μονάδες από μονάδες, δεκάδες από δεκάδες κλπ. Η αφαίρεση μπορεί να γίνει οριζόντια ή κάθετα.

π.χ. $555 - 25 = 530$

Μειωτέος
Αφαιρετέος
Διαφορά ή Υπόλοιπο

$$\begin{array}{r} 555 \\ -25 \\ \hline 530 \end{array}$$

Το 0 όταν αφαιρεθεί από έναν φυσικό αριθμό, δεν τον μεταβάλλει.

π.χ. $5 - 0 = 5$

Η Δοκιμή της αφαίρεσης γίνεται :

Διαφορά + Αφαιρετέος = Μειωτέος

$530 + 25 = 555$

ή

Μειωτέος - Διαφορά = Αφαιρετέος

$555 - 530 = 25$

Πολλαπλασιασμός Φυσικών Αριθμών

Πολλαπλασιασμός είναι η πράξη με την οποία από δύο παράγοντες, δύο φυσικούς αριθμούς, βρίσκουμε έναν άλλο φυσικό αριθμό, που είναι το γινόμενό τους.

π.χ. $5 \cdot 3 = 15$

παράγοντες

γινόμενο

Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού :

- Το 1 όταν πολλαπλασιαστεί με ένα φυσικό αριθμό δεν τον μεταβάλλει.
π.χ. $4 \cdot 1 = 1 \cdot 4 = 4$
- Μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων ενός γινομένου, **αντιμεταθετική ιδιότητα** .
π.χ. $7 \cdot 5 = 5 \cdot 7 = 35$
- Μπορούμε να αντικαταστήσουμε παράγοντες με το γινόμενό τους ή να αναλύσουμε έναν παράγοντα σε γινόμενο, **προσεταιριστική ιδιότητα**.
π.χ. $5 \cdot (2 \cdot 3) = (5 \cdot 2) \cdot 3$
- **Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση.
π.χ. $5 \cdot (2 + 3) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3$
- **Επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση.
π.χ. $5 \cdot (2 - 3) = 5 \cdot 2 - 5 \cdot 3$

Η Δοκιμή του Πολλαπλασιασμού

Η Δοκιμή του Πολλαπλασιασμού γίνεται με τον γνωστό σταυρό, προσθέτοντας τα ψηφία των παραγόντων και γράφοντάς τα στα πάνω σημεία του σταυρού, βρίσκοντας το γινόμενό τους που το γράφω κάτω αριστερά και προσθέτοντας τα ψηφία του γινομένου κάτω δεξιά. Όταν τα δύο κάτω ψηφία είναι ίσα τότε ο πολλαπλασιασμός μου είναι σωστός.

$$45 \cdot 15 = 675$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 15 \\ \hline 225 \\ + 45 \\ \hline 675 \end{array}$$

παράγοντες : $45 \rightarrow 4 + 5 = 9$ (πάνω αριστερά)

$15 \rightarrow 1 + 5 = 6$ (πάνω δεξιά)

$9 \cdot 6 = 54 \rightarrow 5 + 4 = 9$ (κάτω αριστερά)

$6 + 7 + 5 = 18 \rightarrow 1 + 8 = 9$ (κάτω δεξιά)

9	6
9	9

Διαίρεση Φυσικών αριθμών

Όταν δοθούν δύο Φυσικοί Αριθμοί, ο **Διαιρετέος** και ο **Διαιρέτης** και υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί, το **Πηλίκο** και το **Υπόλοιπο** και ισχύει η ισότητα $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$, τότε η πράξη που γίνεται λέγεται διαίρεση. Η Διαίρεση αυτή λέγεται και Ευκλείδεια Διαίρεση. Όταν το υπόλοιπο είναι μηδέν τότε έχουμε τέλεια διαίρεση. $\Delta = \delta \cdot \pi$. Το υπόλοιπο είναι πάντα ένας αριθμός ο οποίος είναι μικρότερος του διαιρέτη.

Διαιρετέος > Διαιρέτη
 Υπόλοιπο < Πηλίκο

Διαιρετέος →	426	5	← Διαιρέτης
	-40	85	
	026		
	-25		
	01		
			← Πηλίκο
			← Υπόλοιπο

Η Δοκιμή της Διαίρεσης γίνεται με την εφαρμογή της ισότητας :

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

$$\begin{aligned} \text{π.χ. } 85 \cdot 5 + 1 &= \\ 425 + 1 &= 426 \end{aligned}$$

Σε μία τέλεια διαίρεση η δοκιμή μπορεί να γίνει και ως εξής :
 $20 : 5 = 4$ (η διαίρεσή μας)

Δοκιμή

α' τρόπος

$$5 \cdot 4 = 20$$

β' τρόπος

$$20 : 4 = 5$$

Ιδιότητες της διαίρεσης

- Οποιοσδήποτε αριθμός διαιρεθεί με το 1, το πηλίκο είναι ο ίδιος ο αριθμός.
π.χ. $5 : 1 = 5$
- Οποιοσδήποτε αριθμός διαιρεθεί με τον εαυτό του, το πηλίκο είναι 1.
π.χ. $5 : 5 = 1$
- Το 0 αν είναι διαιρετέος, το πηλίκο είναι πάντα 0.
π.χ. $0 : 5 = 0$
- Το 0 όταν είναι διαιρέτης, η διαίρεση δεν μπορεί να γίνει.
π.χ. $5 : 0$ δε γίνεται.

Ασκήσεις

1. Να κάνεις στο τετράδιό σου οριζόντια και κάθετα τις παρακάτω προσθέσεις και τις δοκιμές τους :

$543 + 9.876 = \dots\dots$	$666.123 + 297 = \dots\dots$	$999.000 + 999 = \dots\dots$
$856 + 5.123 = \dots\dots$	$234.567 + 990 = \dots\dots$	$543.765 + 888 = \dots\dots$
$555 + 4.444 = \dots\dots$	$777.666 + 444 = \dots\dots$	$876.543 + 222 = \dots\dots$
$777 + 3.333 = \dots\dots$	$123.456 + 888 = \dots\dots$	$987.654 + 111 = \dots\dots$
$555 + 5.555 = \dots\dots$	$456.789 + 123 = \dots\dots$	$765.432 + 444 = \dots\dots$

2. Να κάνεις στο τετράδιό σου οριζόντια και κάθετα τις παρακάτω αφαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$9.876 - 543 = \dots\dots$	$666.123 - 297 = \dots\dots$	$999.000 - 999 = \dots\dots$
$5.123 - 856 = \dots\dots$	$234.567 - 990 = \dots\dots$	$543.765 - 888 = \dots\dots$
$4.444 - 555 = \dots\dots$	$777.666 - 444 = \dots\dots$	$876.543 - 222 = \dots\dots$
$3.333 - 777 = \dots\dots$	$123.456 - 888 = \dots\dots$	$987.654 - 111 = \dots\dots$
$5.555 - 555 = \dots\dots$	$456.789 - 123 = \dots\dots$	$765.432 - 444 = \dots\dots$

3. Ο πληθυσμός της Ελλάδας ήταν το 1991 10.284.149 κάτοικοι. Κατά τη δεκαετία 1991 - 2001 ο πληθυσμός αυξήθηκε κατά 679.871 άτομα. Πόσος ήταν ο πληθυσμός της Ελλάδας σύμφωνα με την απογραφή του 2001 ;

4. Να κάνεις στο τετράδιό σου τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και τις δοκιμές τους :

$123 \cdot 5 = \dots\dots$	$150 \cdot 10 = \dots\dots$	$398 \cdot 100 = \dots\dots$
$456 \cdot 2 = \dots\dots$	$345 \cdot 20 = \dots\dots$	$798 \cdot 200 = \dots\dots$
$789 \cdot 3 = \dots\dots$	$552 \cdot 50 = \dots\dots$	$100 \cdot 100 = \dots\dots$
$987 \cdot 4 = \dots\dots$	$765 \cdot 15 = \dots\dots$	$432 \cdot 432 = \dots\dots$
$654 \cdot 7 = \dots\dots$	$876 \cdot 22 = \dots\dots$	$555 \cdot 155 = \dots\dots$

5. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω διαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$123 : 5 = \dots\dots$	$150 : 10 = \dots\dots$	$398 : 100 = \dots\dots$
$456 : 2 = \dots\dots$	$345 : 20 = \dots\dots$	$798 : 200 = \dots\dots$
$789 : 3 = \dots\dots$	$552 : 50 = \dots\dots$	$100 : 100 = \dots\dots$
$987 : 4 = \dots\dots$	$765 : 15 = \dots\dots$	$432 : 432 = \dots\dots$
$654 : 7 = \dots\dots$	$876 : 22 = \dots\dots$	$550 : 150 = \dots\dots$

6. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις :

- $725.000 + 3.500.500 + 1.234 = \dots\dots\dots$
- $1.876.400 + 44.050 + 12.345 = \dots\dots\dots$
- $2.345.678 + 1.234 + 456.789 = \dots\dots\dots$
- $8.500.000 - 234.000 - 2.400 = \dots\dots\dots$
- $45.000 - 23.500 - 1.500 - 50 = \dots\dots\dots$
- $(250 + 50) \cdot 5 = \dots\dots\dots$
- $(455 - 55) \cdot 8 = \dots\dots\dots$
- $(300 \cdot 10) : 3 = \dots\dots\dots$
- $(50 \cdot 60) : 10 = \dots\dots\dots$

7. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω προσθέσεις και τις δοκιμές τους :

$\begin{array}{r} 5.844 \\ + 826 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.298 \\ + 543 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8.765 \\ + 190 \\ \hline \end{array}$
.....
$\begin{array}{r} 7.654 \\ + 567 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 98.790 \\ + 5.432 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 76.543 \\ + 8.267 \\ \hline \end{array}$
.....
$\begin{array}{r} 34.526 \\ + 8.269 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 45.271 \\ + 1.829 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 43.627 \\ + 778 \\ \hline \end{array}$
.....

8. Να κάνεις στο τετράδιό σου τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και τις δοκιμές τους :

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 23 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ \times 90 \\ \hline \end{array}$$

.....

.....

.....

$$\begin{array}{r} 87 \\ \times 51 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 62 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$$

.....

.....

.....

9. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω διαιρέσεις και τις δοκιμές τους :

$$45789 \overline{) 3}$$

$$45876 \overline{) 5}$$

$$95874 \overline{) 2}$$

$$478542 \overline{) 8}$$

$$4578 \overline{) 12}$$

$$45876 \overline{) 15}$$

$$95875 \overline{) 25}$$

$$478542 \overline{) 18}$$

$$45789 \overline{) 13}$$

$$45876 \overline{) 16}$$

$$95874 \overline{) 14}$$

$$478542 \overline{) 28}$$

Επίλυση προβλήματος

Για να λύσω ένα πρόβλημα ακολουθώ τα παρακάτω βήματα:

- **Διαβάζω καλά και καταλαβαίνω το πρόβλημα** εντοπίζοντας τα δεδομένα (τα γνωστά στοιχεία) και τα ζητούμενα (τα άγνωστα στοιχεία).
- **Γράφω σε μία στήλη που δημιουργώ τα γνωστά και τα άγνωστα δεδομένα.** Προσέχω στην αντιγραφή των δεδομένων. **Τα περισσότερα λάθη γίνονται στην αντιγραφή.**
- Προσέχω τη σειρά με την οποία δόθηκαν τα δεδομένα. **Ποτέ τα δεδομένα δε δίνονται με τυχαία σειρά.**
- **Σχεδιάζω τη λύση**, αποφασίζω δηλαδή **ποια στρατηγική θα ακολουθήσω και ποιες πράξεις θα κάνω.**
- **Κάνω προσεκτικά τις πράξεις.**
- **Ελέγχω αν το αποτέλεσμα είναι λογικό** και στη συνέχεια, θεωρώντας το αποτέλεσμα γνωστό, κάνω πάλι τη λύση για να δω αν επαληθεύεται. Πάντα η ερώτηση πρέπει να έχει σχέση με τα δεδομένα του προβλήματος.
- **Τέλος γράφω την απάντηση.** Απαντώ μόνο στην ερώτηση που μου δίνεται στο πρόβλημα και όχι γενικά και αόριστα.

Παράδειγμα

Ένα κατάστημα ηλεκτρικών ειδών πούλησε τον Αύγουστο 65 ψυγεία προς 800 € το ένα και 32 ηλεκτρικές κουζίνες προς 450 € τη μία. Πόσα χρήματα εισέπραξε συνολικά ;

Λύση

Δεδομένα

65 ψυγεία προς 800€ το ένα

32 ηλ. κουζίνες προς 450 € τη μία

X ; (πόσα) χρήματα εισέπραξε ;

8(00

x 65

40

+ 48

52.000 € από τα ψυγεία

45(0

x 32

90

+135

14.400 € από τις κουζίνες

52.000

+14.400

66.400 € συνολικά

Απάντηση : Εισέπραξε συνολικά 66.400 € .

Αντίστροφο πρόβλημα

Διαβάζω προσεκτικά το πρόβλημα. Το λύνω. Βρίσκω το αποτέλεσμα και μετά ξεκινώ αντίστροφα, από το αποτέλεσμα ως δεδομένο ψάχνω να βρω όποιο δεδομένο θέλω από τα αρχικά.

π.χ. Στο σχολείο μας υπάρχουν 137 μαθητές. Από αυτούς οι 78 είναι αγόρια. Πόσα είναι τα κορίτσια του σχολείου ;

Λύση

Δεδομένα

137 μαθητές	137
78 αγόρια	<u>- 78</u>
X ; είναι τα κορίτσια ;	59 κορίτσια

Απάντηση : Τα κορίτσια του σχολείου είναι 59.

Δημιουργώ το 1^ο Αντίστροφο πρόβλημα. Ξέρω τα κορίτσια και ψάχνω τα αγόρια. Το πρόβλημα θα γίνει :

Στο σχολείο μας υπάρχουν 137 μαθητές. Από αυτούς τα 59 είναι κορίτσια. Πόσα είναι τα αγόρια του σχολείου ;

Λύση

Δεδομένα

137 μαθητές	137
59 κορίτσια	<u>- 59</u>
X ; είναι τα αγόρια ;	78 αγόρια

Απάντηση : Τα αγόρια του σχολείου είναι 78.

Δημιουργώ το 2^ο Αντίστροφο πρόβλημα. Ξέρω τα κορίτσια και τα αγόρια και ψάχνω πόσα είναι τα παιδιά του σχολείου. Το πρόβλημα θα γίνει :

Στο σχολείο μας υπάρχουν 78 αγόρια και 59 κορίτσια. Πόσα είναι τα παιδιά του σχολείου ;

Λύση

Δεδομένα

78 αγόρια	78
59 κορίτσια	<u>+ 59</u>
X ; είναι τα παιδιά ;	137 παιδιά

Απάντηση : Τα παιδιά του σχολείου είναι 137.

Προβλήματα

1. Στην Αλεξάνδρεια έγιναν δύο μεγάλα τεχνικά έργα. Το πρώτο κόστισε 12.450.000 € και το δεύτερο 5.450.000 € περισσότερα από το πρώτο. Πόσο κόστισαν και τα δύο τεχνικά έργα συνολικά ;
2. Ένα πολυκατάστημα είχε κατά την περσινή χρονιά 5.450.890 € έσοδα και τα έξοδά του ήταν 4.890.654 €. Πόσα κέρδη είχε το πολυκατάστημα ;
3. Στην απογραφή του 2001 η Αλεξάνδρεια είχε 14.370 κατοίκους, ενώ στην απογραφή του 1981 είχε 10.543 κατοίκους. Πόση ήταν η αύξηση των κατοίκων στα 20 αυτά χρόνια ;
4. Μία αντιπροσωπεία αυτοκινήτων αγοράζει ένα μοντέλο αυτοκινήτου προς 13.450 € και το πουλάει προς 15.300 €. Αν πούλησε 120 όμοια αυτοκίνητα, πόσα ευρώ κέρδισε συνολικά ;
5. Οι εργάτες ενός εργοστασίου παρασκευής και τυποποίησης λαδιού συσκευάσαν 8.250 κιλά λάδι σε δοχεία των 5 κιλών. Πόσα δοχεία χρησιμοποίησαν ;
6. Μία βιοτεχνία ρούχων πούλησε 5.500 παντελόνια προς 45 ευρώ το ένα και 4.600 φούστες προς 60 ευρώ τη μία. Πόσα χρήματα εισέπραξε συνολικά ;
7. Το μάθημα ξεκινά στις 08 : 10 πμ και τελειώνει στις 01 : 15 μμ. Πόσες ώρες βρισκόμαστε στο σχολείο ;
8. Αγόρασε κάποιος ένα οικόπεδο 135.450 ευρώ. Ύστερα από τρία χρόνια το πούλησε, κερδίζοντας 48.265 ευρώ. Πόσο το πούλησε ;
9. Ένας εργολάβος πούλησε ένα διαμέρισμα 128 τμ. προς 1.235 ευρώ το τμ.. Πόσα χρήματα πήρε ;
10. Οι 120 μαθητές του Λυκείου της πόλης μας έλαβαν μέρος σε εξαήμερη εκδρομή και πλήρωσαν όλοι μαζί 54.000 ευρώ. Πόσο πλήρωσε ο καθένας ;
11. Ένας παραγωγός συσκεύασε 1.950 κιλά μήλα σε τελάρα των 15 κιλών το καθένα. Πόσα τελάρα χρησιμοποίησε ;
12. Ένα εργοστάσιο σοκολάτας συσκευάζει την παραγωγή μιας ημέρας σε 870 κιβώτια, καθένα από τα οποία περιέχει 85 γκοφρέτες.
α) Πόσες γκοφρέτες παράγει σε 1 ημέρα ;
β) Πόσες γκοφρέτες παράγει σε 28 ημέρες ;
13. Ο Αντρέας μαζί με τον Πέτρο ζυγίζουν 93 κιλά. Αν ο Αντρέας είναι 5 κιλά βαρύτερος από τον Πέτρο, πόσο ζυγίζει το κάθε παιδί ;
14. Ο ιδιοκτήτης μιας επιχείρησης είχε 2.461.580 ευρώ σε ένα λογαριασμό τράπεζας. Χρειάστηκε να αγοράσει καινούρια μηχανήματα και γι' αυτό έκανε ανάληψη 519.400 ευρώ. Πόσα χρήματα έμειναν στο λογαριασμό του ;
15. Ο ιδιοκτήτης μιας επιχείρησης είχε 2.461.580 ευρώ σε ένα λογαριασμό τράπεζας. Χρειάστηκε να αγοράσει καινούρια μηχανήματα και γι' αυτό έκανε ανάληψη 519.400 ευρώ. Πόσα χρήματα έμειναν στο λογαριασμό του ;
16. Μια βιομηχανία γάλακτος θέλει να συσκευάσει σε χαρτοκιβώτια 46.080 κουτιά γάλα. Πόσα χαρτοκιβώτια θα χρειαστεί, αν το κάθε χαρτοκιβώτιο χωράει 48 κουτιά ;

Δημιούργησε όσα περισσότερα αντίστροφα προβλήματα μπορείς από αυτά που έχεις λύσει.

Ανακεφαλαίωση

Φυσικοί αριθμοί	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
Αξίας θέσης	Η διαφορετική αξία που αποκτά ένα ψηφίο ανάλογα με τη θέση στην οποία βρίσκεται στον αριθμό.
Πώς γράφω έναν αριθμό	Με γράμματα, με ψηφία ή συνδυασμό ψηφίων και γραμμάτων.
Σύγκριση αριθμών	Εξετάζω πρώτα τον αριθμό των ψηφίων τους, αν όμως έχουν ίδιο αριθμό ψηφίων, τότε συγκρίνω τα ψηφία ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία
Στρογγυλοποίηση αριθμών	Πρέπει πρώτα να γνωρίζουμε την τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίησή του. Κοιτάζουμε το επόμενο στην τάξη ψηφίο και : Αν αυτό είναι 0, 1, 2, 3, και 4, το ψηφίο παραμένει το ίδιο και τα ψηφία που βρίσκονται στις επόμενες τάξεις μηδενίζονται. Αν αυτό είναι 5, 6, 7, 8 και 9, το ψηφίο μεγαλώνει κατά μία μονάδα και τα ψηφία που βρίσκονται στις επόμενες τάξεις μηδενίζονται.
Πρόσθεση φυσικών αριθμών	$5 + 0 = 0 + 5 = 5$ (αντιμεταθετική ιδιότητα) $5 + (3 + 2) = (5 + 2) + 3$ (προσεταιριστική ιδιότητα)
Αφαίρεση φυσικών αριθμών	Μειωτέος - Αφαιρετέος = Διαφορά ή Υπόλοιπο Η Δοκιμή της αφαίρεσης γίνεται : Διαφορά + Αφαιρετέος = Μειωτέος
Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών	$4 \cdot 1 = 1 \cdot 4 = 4$ (αντιμεταθετική ιδιότητα) $5 \cdot (2 \cdot 3) = (5 \cdot 2) \cdot 3$ (προσεταιριστική ιδιότητα) $5 \cdot (2 + 3) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3$ $5 \cdot (2 - 3) = 5 \cdot 2 - 5 \cdot 3$ (Επιμεριστική ιδιότητα)
Διαίρεση φυσικών αριθμών	Διαιρετέος > Διαιρέτη Υπόλοιπο < Πηλίκο $\Delta = \delta \cdot \pi$ (Τέλεια) $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ (Ατελής)
Επίλυση προβλήματος	Διαβάζω καταλαβαίνω το πρόβλημα. Γράφω τα γνωστά και τα άγνωστα. Σχεδιάζω τη λύση. Κάνω προσεκτικά τις πράξεις. Ελέγχω το αποτέλεσμα και γράφω την απάντηση.

Δεκαδικοί Αριθμοί

Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί

Σε κάθε κλάσμα έχουμε :

$$\text{όροι του κλάσματος : } \frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$$

πόσα ίσα μέρη της ακέραιης μονάδας πήρα

πόσα ίσα μέρη χώρισα την ακέραιη μονάδα



Η κλασματική γραμμή είναι η πράξη της διαίρεσης.

Δεκαδικά ονομάζουμε τα κλάσματα που έχουν παρονομαστή το 10, το 100 ή το 1.000 κλπ.

Π.χ. $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{24}{1000}$ λέγονται δεκαδικά κλάσματα.

Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να εκφραστεί και ως κλασματικός, έχοντας παρονομαστή τη μονάδα, χωρίς να αλλάξει η αξία του.

Φυσικός αριθμός	Δεκαδικός αριθμός	Κλασματικός αριθμός
5	5,00	$\frac{5}{1}$
45	45,00	$\frac{45}{1}$

Όταν ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι μικρότερο από την ακέραιη μονάδα. Όταν ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από την ακέραιη μονάδα. Όταν ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι ίσο με την ακέραιη μονάδα.

π.χ. $\frac{2}{5} < 1$, $\frac{5}{3} > 1$, $\frac{5}{5} = 1$

Μεικτός αριθμός

Τα κλάσματα που περιέχουν ακέραιους αριθμούς και κλάσμα μαζί λέγονται μεικτοί αριθμοί. Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα μπορεί να γραφεί και ως μεικτός αριθμός.

π.χ. $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$

$5 : 3 = 1$ ολόκληρο και υπόλοιπο 2, αριθμητής του μεικτού αριθμού, ενώ παρονομαστής μένει ο ίδιος.

Για να μετατρέψω έναν μεικτό αριθμό σε κλάσμα πολλαπλασιάζω τον ακέραιο με τον παρονομαστή και προσθέτω τον αριθμητή. Ο αριθμός αυτός θα είναι ο αριθμητής του κλάσματος. Παρονομαστής μένει ο ίδιος.

$$\text{π.χ. } 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

$2 \cdot 5 + 3 = 13$, αριθμητής του κλάσματος, ο παρονομαστής μένει ο ίδιος.

Δεκαδικοί αριθμοί

Όταν στην καθημερινή ζωή θέλουμε να εκφράσουμε ένα μέγεθος με ακρίβεια, τότε χρησιμοποιούμε τους δεκαδικούς αριθμούς. Οι αριθμοί αυτοί περιέχουν το ακέραιο μέρος ενός αριθμού και το δεκαδικό μέρος του. Ο χωρισμός ακεραίου και δεκαδικού μέρους γίνεται με την υποδιαστολή (κόμμα).

π.χ. 1 λίτρο βενζίνης κοστίζει 1,65 ευρώ

Στο ακέραιο μέρος οι τάξεις είναι σε μονάδες, δεκάδες κλπ. Στο δεκαδικό μέρος οι τάξεις είναι τα δέκατα, τα εκατοστά, τα χιλιοστά, τα δεκάκις χιλιοστά, τα εκατοντάκις χιλιοστά, τα εκατομμυριοστά κλπ.

π.χ. 25,765 , 0,01 , 356,0001 , 1.234,1 , 0,99999 , 0,005 .

Δεκαδικός αριθμός										
Ακέραιο μέρος						Δεκαδικό μέρος				
Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάκις χιλιοστά	Εκατοντάκις χιλιοστά
			2	5	,	7	6	5		
				0	,	0	1			
		3	5	6	,	0	0	0	1	
	1	2	3	4	,	1				
				0	,	9	9	9	9	9
				0	,	0	0	5		

Σε οποιοδήποτε δεκαδικό αριθμό μπορώ να προσθέσω ή να αφαιρέσω μηδενικά τα οποία βρίσκονται στο τέλος του αριθμού, χωρίς ο δεκαδικός μου αριθμός να αλλάξει αξία.

π.χ. $2,4 = 2,40 = 2,400 = 2,4000$ κλπ.
 $5,1000 = 5,100 = 5,10 = 5,1$

Ένας αριθμός μπορεί να γραφεί και ως δεκαδικός βάζοντας στο τέλος υποδιαστολή και όσο μηδενικά χρειάζεται, χωρίς να αλλάξει η αξία του.

$$\text{π.χ. } 6 = 6,0 = 6,00 = 6,000 \text{ κλπ.}$$

Πώς μετατρέπω ένα δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα

Για να μετατρέψω ένα δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα κάνω το εξής :

- Γράφω τη γραμμή του κλάσματος και τοποθετώ στη θέση του αριθμητή τον δεκαδικό αριθμό χωρίς τον υποδιαστολή.
- Ως παρονομαστή γράφω το 10, 100 ή 1.000, ανάλογα με τα δεκαδικά ψηφία που έχει ο δεκαδικός αριθμός.

πχ. Έχω τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς : 2,5 , 12,23 και 1,456.

$$2,5 = \frac{25}{10} \quad 12,23 = \frac{1223}{100} \quad 1,456 = \frac{1456}{1000}$$

Πώς μετατρέπω ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό

Για να μετατρέψω ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό κάνω τα εξής :

- Γράφω τον αριθμητή του δεκαδικού κλάσματος.
- Μετράω τα μηδενικά που έχει ο παρονομαστής.
- Όσα είναι τα μηδενικά, τόσα είναι και τα δεκαδικά ψηφία που έχει ο αριθμός. Μετράω από το τέλος προς την αρχή και χωρίζω με υποδιαστολή.

Πχ. Έχω τα δεκαδικά κλάσματα $\frac{45}{10}$, $\frac{24}{100}$ και $\frac{250}{1000}$.

$$\frac{45}{10} = 4,5 \quad \frac{24}{100} = 0,24 \quad \frac{250}{1000} = 0,250$$

Πώς μπορεί να γραφεί μία μέτρηση

Μια μέτρηση μπορεί να γραφεί με διάφορους τρόπους. Μπορεί να γραφεί ως συμμιγής αριθμός, ως δεκαδικός αριθμός, ως δεκαδικό κλάσμα, ως φυσικός αριθμός και ως μεικτός αριθμός.

Για παράδειγμα, αν το μήκος του θρανίου μου είναι 1 μέτρο και 25 εκατοστά, μπορώ να γράψω αυτή τη μέτρηση ως εξής :

συμμιγής αριθμός : 1 μέτρο και 25 εκατοστά

δεκαδικός αριθμός : 1,25 μέτρα

δεκαδικό κλάσμα : $\frac{125}{100}$ μέτρα

φυσικός αριθμός : 125 εκατοστά

μεικτός αριθμός : $1\frac{25}{100}$ μέτρα

Ασκήσεις

1. Να μετατρέψεις στο τετράδιό σου τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα :

1,2 2,32 3,456 12,5 5,67 7,888 0,5 0,12 0,987 78,65

2. Να μετατρέψεις στο τετράδιό σου τα παρακάτω δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς :

$\frac{178}{100}$ $\frac{125}{10}$ $\frac{1252}{1000}$ $\frac{134}{10}$ $\frac{555}{100}$ $\frac{5789}{10}$ $\frac{9876}{1000}$ $\frac{598}{10}$ $\frac{33}{1000}$ $\frac{100}{1000}$

3. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα όπως το παράδειγμα :

Συμμιγής	Ακέραιος	Κλάσμα	δεκαδικός
5 € 10 λεπτά	510 λεπτά	$\frac{510}{100}$ €	5,10 €
2 € 20 λεπτά			
	145 εκατοστά		
		$\frac{205}{100}$ μέτρα	
			22,50 €

4. Από τα παρακάτω κλάσματα να ξεχωρίσεις αυτά που είναι δεκαδικοί και να τα γράψεις ως δεκαδικούς αριθμούς :

$$\frac{8}{9}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{105}{100}, \quad \frac{83}{925}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{8725}{1000}$$

δεκαδικά κλάσματα :

δεκαδικοί αριθμοί :

5. Γράψε ως δεκαδικά κλάσματα τους δεκαδικούς αριθμούς :

$$0,7 = \dots\dots\dots \quad 2,01 = \dots\dots\dots \quad 0,725 = \dots\dots\dots$$

$$17,82 = \dots\dots\dots \quad 1,001 = \dots\dots\dots \quad 0,001 = \dots\dots\dots$$

6. Γράψε με τη μορφή ποσοστού τα 49 παιδιά από τα 100 του σχολείου, και με τη μορφή κλάσματος και δεκαδικού.

7. Να μετατρέψεις σε δεκαδικά κλάσματα τους αριθμούς :

$$7 \quad 42 \quad 0,35 \quad 6,5 \quad 112,12$$

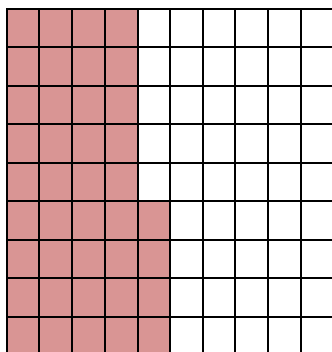
.....

8. Πώς μπορώ να γράψω αλλιώς τους αριθμούς :

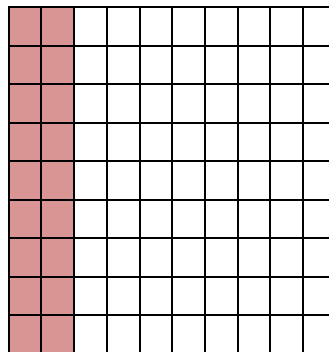
0,45 €, 4 μέτρα 5 δέκατα, 1,5 λίτρα πετρέλαιο, 2,65 €, 1,98 μέτρα.

Συμμιγής	Ακέραιος	Κλάσμα	δεκαδικός

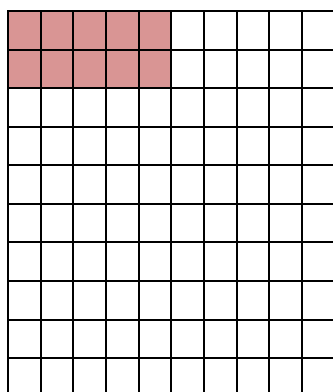
9. Γράψε με δεκαδικό κλάσμα και δεκαδικό αριθμό τι μέρος της ακέραιης μονάδας είναι χρωματισμένο και τι μέρος αχρωμάτιστο :



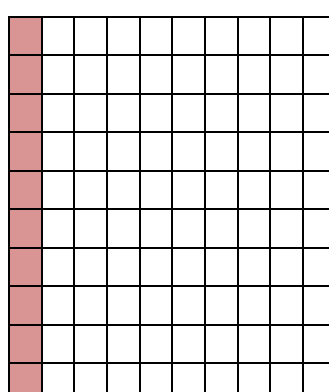
.....



.....



.....



.....

10. Μετέτρεψε τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα και τα καταχρηστικά κλάσματα (αριθμητής μεγαλύτερος του παρονομαστή) σε μεικτούς αριθμούς :

$$5 \frac{4}{6} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{25}{8} = \dots\dots\dots$$

$$7 \frac{3}{8} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{34}{5} = \dots\dots\dots$$

$$4 \frac{2}{4} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{46}{9} = \dots\dots\dots$$

$$5 \frac{1}{8} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{73}{8} = \dots\dots\dots$$

Διαβάζω τους δεκαδικούς αριθμούς

π.χ. 25,7605 , 0,01 , 356,0001 , 1.234,1 , 0,999999 , 0,005 .

Δεκαδικός αριθμός											
Ακέραιο μέρος						Δεκαδικό μέρος					
Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάκις χιλιοστά	Εκατοντάκις χιλιοστά	Εκατομμυριοστά
			2	5	,	7	6	0	5		
				0	,	0	1				
		3	5	6	,	0	0	0	1		
	1	2	3	4	,	1					
				0	,	9	9	9	9	9	9
				0	,	0	0	5			

Σε οποιοδήποτε δεκαδικό αριθμό μπορώ να προσθέσω ή να αφαιρέσω μηδενικά τα οποία βρίσκονται στο τέλος του αριθμού, χωρίς ο δεκαδικός μου αριθμός να αλλάξει αξία.

π.χ. $2,4 = 2,40 = 2,400 = 2,4000$ κλπ.
 $5,1000 = 5,100 = 5,10 = 5,1$

Στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών

Για να στρογγυλοποιήσω ένα δεκαδικό αριθμό πρέπει να ξέρω τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση. Κοιτάζω το επόμενο ψηφίο.

- Αν αυτό είναι 0, 1, 2, 3 και 4 τότε το ψηφίο μου παραμένει όπως είναι ενώ τα υπόλοιπα ψηφία που ακολουθούν μηδενίζονται.

π.χ. 5,123 θέλω να τον στρογγυλοποιήσω στα δέκατα.

Το ψηφίο που με ενδιαφέρει είναι το 1. Το ψηφίο που ακολουθεί είναι το 2.

Άρα το 1 παραμένει όπως έχει και ο αριθμός γίνεται :

$$5,123 \rightarrow 5,100 = 5,1$$

π.χ. 5,123 θέλω να τον στρογγυλοποιήσω στα εκατοστά.

Το ψηφίο που με ενδιαφέρει είναι το 2. Το ψηφίο που ακολουθεί είναι το 3.

Άρα το 2 παραμένει όπως έχει και ο αριθμός γίνεται :

$$5,123 \rightarrow 5,120 = 5,12$$

- Αν το νούμερο που ακολουθεί είναι 5, 6, 7, 8 και 9 τότε το ψηφίο μεγαλώνει κατά μία μονάδα και τα υπόλοιπα ψηφία μηδενίζονται.

π.χ. 5,567 θέλω να τον στρογγυλοποιήσω στα δέκατα.

Το ψηφίο που με ενδιαφέρει είναι το 5. Το ψηφίο που ακολουθεί είναι το 6.

Άρα το 5 γίνεται 6 και ο αριθμός γίνεται :

$$5,567 \rightarrow 5,600 = 5,6$$

Ασκήσεις

1. Διαβάζω και τοποθετώ τους δεκαδικούς αριθμούς στον παρακάτω πίνακα :

1,23 0,125 23,1 55,999 1.235,1
2,345 8,4567 43,99999 66,876543 1.000,00001

Δεκαδικός αριθμός											
Ακέραιο μέρος						Δεκαδικό μέρος					
Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάκις χιλιοστά	Εκατοντάκις χιλιοστά	Εκατομμυριοστά
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						
					.						

2. Βάλε > ή < ή = σε καθένα από τα παρακάτω ζεύγη αριθμών :

2,318 2,328 4,754 47,54
4,520 4,52 3,616 3,606
0,070 0,70 9,2 9,00

3. Σημείωσε την υποδιαστολή στην κατάλληλη θέση, ώστε :

- Το 3 να δηλώνει δέκατα : 6534 1039 983 76543 3
- Το 5 να δηλώνει εκατοστά : 7654 1235 765 98765 5
- Το 2 να δηλώνει χιλιοστά : 5432 7652 432 65432 2

4. Σε ποια ψηφία στους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς μπορώ να σβήσω τα μηδενικά :

0,5 1,230 4,09 500,001 0,001
0,1 0,450 0,12 1,000 0,999
1,0 9,990 8,80 7,101 6,066

5. Να στρογγυλοποιήσεις τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς στα :

- δέκατα : 1,2301 4,0986 500,0012 0,0021
- εκατοστά : 0,4508 0,1275 1,0609 0,9999

6. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα όπως το παράδειγμα :

Συμμιγής	Ακέραιος	Κλάσμα	δεκαδικός
1 € 50 λεπτά	150 λεπτά	$\frac{150}{100}$ €	1,50 €
1 € 90 λεπτά			
	125 εκατοστά		
		$\frac{148}{100}$ μέτρα	

7. Να στρογγυλοποιήσεις τους παρακάτω αριθμούς στα εκατοστά και να τους βάλεις στη σειρά αρχίζοντας από το μικρότερο :

0,788 0,431 0,867 0,629 0,578

.....

8. Να μεταφέρεις στον παρακάτω πίνακα τους αριθμούς:

25,456 187,054 0,6875 7.875,50

Δεκαδικός αριθμός											
Ακέραιο μέρος						Δεκαδικό μέρος					
Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Υποδιαστολή	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά	Δεκάκις χιλιοστά	Εκατοντάκις χιλιοστά	Εκατομμυριοστά
					.						
					.						
					.						
					.						

9. Να γράψεις με αύξουσα σειρά τους αριθμούς :

6,154 6,15 6,1 6,156 6,123

.....

10. Να στρογγυλοποιήσεις τους παρακάτω αριθμούς έτσι ώστε να συμφωνούν :

5,17 →

5,23 →

5,18 →

5,16 →

5,20 →

5,19 →

11. Να στρογγυλοποιήσεις τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς στα δέκατα και να τους διατάξεις από το μικρότερο στο μεγαλύτερο :

0,85

0,78

0,72

0,64

.....
.....

12. Μία ανθοδέσμη είναι φτιαγμένη από 3 γαρίφαλα, 5 τριαντάφυλλα και 2 ζουμπούλια. Γράψε τον κλασματικό αριθμό που φανερώνει τι μέρος του συνόλου των λουλουδιών είναι το κάθε είδος.

Γαρίφαλα :

Τριαντάφυλλα :

Ζουμπούλια :



13. Να βάλεις το σύμβολο της ισότητας ή ανισότητας :

$\frac{5}{6}$ 1

$\frac{6}{6}$ 1

$\frac{7}{6}$ 1

14. Ένα βουνό έχει υψόμετρο 2.152 μέτρα. Μια ορειβατική ομάδα έχει ανέβει ως τα $\frac{5}{8}$ του ύψους του. Πόσα μέτρα ύψος απομένουν ως την κορυφή ;

Σύγκριση Δεκαδικών Αριθμών

Για να συγκρίνω δύο ή περισσότερους δεκαδικούς αριθμούς :

- Συγκρίνω πρώτα το ακέραιο μέρος τους. Μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει μεγαλύτερο ακέραιο μέρος.

$$\begin{array}{l} \text{π.χ. } 5,123 \quad , \quad 45,2 \\ \quad \quad \quad 45,2 > 5,123 \end{array}$$

- Αν το ακέραιο μέρος είναι ίσο τότε συγκρίνω το δεκαδικό μέρος, **ξεκινώντας από τα αριστερά προς τα δεξιά του δεκαδικού μέρους**. μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει τα περισσότερα δέκατα ή εκατοστά ή χιλιοστά κλπ.

$$\begin{array}{l} \text{π.χ. } 0,123 \quad , \quad 0,135 \\ \quad \quad \quad 0,135 > 0,123 \end{array}$$

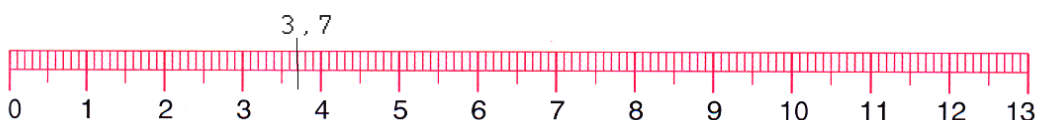
Προσοχή, ποτέ δε με ενδιαφέρει το πλήθος των ψηφίων του δεκαδικού αριθμού, αλλά η θέση που έχει το κάθε ψηφίο.

Αριθμογραμμή

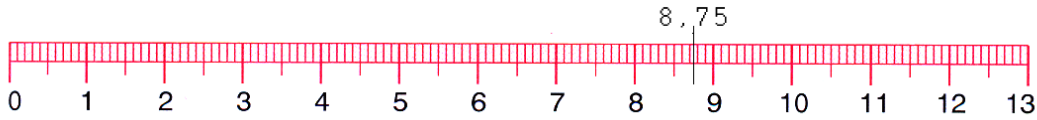


Όλοι οι αριθμοί, ακέραιοι ή δεκαδικοί έχουν μία συγκεκριμένη θέση πάνω στην αριθμογραμμή. Έτσι η μεσαία μικρή γραμμή ανάμεσα στο 0 και το 1 είναι το 0,5, ανάμεσα στο 1 και το 2 είναι το 1,5, ανάμεσα στο 2 και το 3 το 2,5 κλπ. Όταν όμως δε μιλάω για μισό, τότε πηγαίνω στις μικρότερες γραμμές που βρίσκονται στην αριθμογραμμή. Η πρώτη μικρή γραμμή μετά το 0 ανήκει στο 0,1, η δεύτερη στο 0,2, η τρίτη στο 0,3 κλπ.

π.χ. Θέλω να βρω στην αριθμογραμμή πού βρίσκεται το 3,7. Πηγαίνω στο 3. Η μεσαία μικρή γραμμή είναι το 3,5, άρα συνεχίζω με τις μικρές και μετράω ακόμη 2. Έτσι φτάνω στο 3,7.



π.χ. Θέλω να βρω στην αριθμογραμμή πού βρίσκεται το 8,75. Πηγαίνω στο 8. Η μεσαία μικρή γραμμή είναι το 8,5, άρα συνεχίζω με τις μικρές και μετράω ακόμη 2. Έτσι φτάνω στο 8,7. Το 8,75 βρίσκεται στη μέση από το 8,7 και 8,8.



Ασκήσεις

1. Συμπλήρωσε το σύμβολο που ταιριάζει : < , > , =

22,34	<input type="text"/>	2,234	9,8	<input type="text"/>	9,80	1,2	<input type="text"/>	0,999
0,12	<input type="text"/>	0,102	12,3	<input type="text"/>	12,03	3,4	<input type="text"/>	3,401
12,90	<input type="text"/>	0,129	0,3	<input type="text"/>	0,03	23,5	<input type="text"/>	23,501
0,99	<input type="text"/>	0,990	8,8	<input type="text"/>	8,80	2,8	<input type="text"/>	2,801
0,10	<input type="text"/>	0,100	9,9	<input type="text"/>	9,99	22,77	<input type="text"/>	22,770

2. Γράψε τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς από τον μεγαλύτερο προς το μικρότερο:

2,34 4,50 5,1 8,69 1,222

.....

3. Γράψε τον προηγούμενο και τον επόμενο δεκαδικό αριθμό :

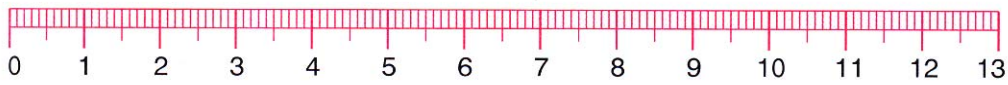
στα δέκατα	στα εκατοστά	στα χιλιοστά
..... < 0,5 < < 0,50 < < 0,500 <
..... < 0,8 < < 0,72 < < 0,453 <
..... < 0,9 < < 0,87 < < 0,652 <
..... < 0,2 < < 0,93 < < 0,765 <
..... < 0,6 < < 0,88 < < 0,892 <

4. Να βρεις την αξία του ψηφίου 3 στους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς :

- 126,453
.....
- 274,537
.....
- 545,378
.....
- 456,7893
.....
- 567,89003
.....
- 5,089003
.....

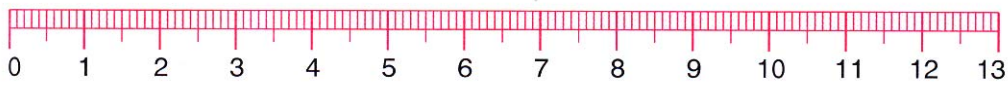
5. Να σημειώσεις πάνω στην αριθμογραμμή, πού βρίσκονται τα παρακάτω σημεία :

$$A = 1,3 \quad B = 0,4 \quad \Gamma = 6,1 \quad \Delta = 2,25 \quad E = 10,5$$

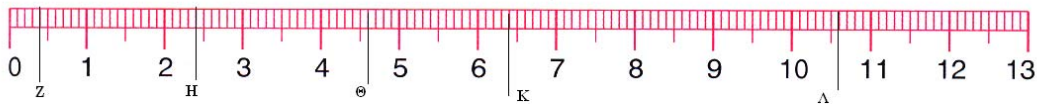


6. Να σημειώσεις πάνω στην αριθμογραμμή, πού βρίσκονται τα παρακάτω σημεία :

$$K = 2,15 \quad \Lambda = 2,35 \quad M = 2,55 \quad N = 2,75 \quad \Xi = 5.15$$



7. Ποιοι δεκαδικοί αριθμοί αντιστοιχούν στα σημεία Z, Η, Θ, Κ και Λ στην παρακάτω αριθμογραμμή :



$$Z = \dots\dots\dots \quad H = \dots\dots\dots \quad \Theta = \dots\dots\dots \quad K = \dots\dots\dots \quad \Lambda = \dots\dots\dots$$

8. Γράψε τι φανερώνει το ψηφίο 8 στους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς και μετά τους διατάξεις από το μικρότερο στο μεγαλύτερο :

$$\begin{array}{lll} 2,28 : \dots\dots\dots & 0,568 : \dots\dots\dots & 851 : \dots\dots\dots \\ 98,045 : \dots\dots\dots & 80,1 : \dots\dots\dots & 32,87 : \dots\dots\dots \end{array}$$

9. Γράψε τους δεκαδικούς αριθμούς που είναι ανάμεσα στους δεκαδικούς 9,20 και 9,30 που έχουν δύο δεκαδικά ψηφία :

.....

10. Ένας έμπορος αγόρασε 3 τεμάχια υφάσματος. Το πρώτο ήταν 63,5 μέτρα, το δεύτερο 3,28 μέτρα λιγότερο από το πρώτο και το τρίτο 10 μέτρα περισσότερο από το δεύτερο. Πόσα μέτρα ύφασμα αγόρασε συνολικά ο έμπορος :

11. Γράψε τους δεκαδικούς αριθμούς :

- Πέντε χιλιοστά :
- Εκατόν τριάντα δέκατα :
- Είκοσι πέντε χιλιοστά :
- Τρία εκατοστά :
- Εφτακόσια ογδόντα τρία χιλιοστά :

12. Ο πατέρας έβαλε 25 λίτρα βενζίνη και το κάθε λίτρο κοστίζει 1,65 €. Αν δώσει ένα χαρτονόμισμα των 50 €, πόσα ρέστα θα πάρει ;

13. Να κάνεις σύγκριση μεταξύ των παρακάτω δεκαδικών αριθμών και να τους γράψεις πάλι στη σειρά αρχίζοντας από το μεγαλύτερο :

1.036 1,36 1,306 1,3 1 1,003

.....

22,45 2,045 2,0045 2,4 2,5 2,05

.....

33,17 3,017 3,1 3,190 3,0190 3,2

.....

23,12 2,07 3,4 3,29 3,190 3,3

.....

14. Η Δήμητρα είχε στην τσέπη της 60 €. Ξόδεψε τα $\frac{356}{10}$ €. Πόσα € της έμειναν ;

Πρόσθεση Δεκαδικών Αριθμών

Γίνεται όπως και στους φυσικούς αριθμούς, τοποθετώντας τους αριθμούς τον έναν κάτω από τον άλλο, έτσι ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη και προσθέτουμε τα ψηφία της ίδιας τάξης.

π.χ. $4,56 + 543,29 =$

$$\begin{array}{r} 543,29 \\ + 4,56 \\ \hline 547,85 \end{array}$$

$5,46 + 0,1 =$

(Όταν λείπει κάποιο ψηφίο το αντικαθιστώ με το μηδέν, χωρίς να αλλάξει η αξία του αριθμού) $0,1 = 0,10$

$$\begin{array}{r} 5,46 \\ + 0,10 \\ \hline 5,56 \end{array}$$

Προσοχή : Προσέχω το ακέραιο μέρος να είναι κάτω από το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος κάτω από το δεκαδικό.

Αφαίρεση Δεκαδικών Αριθμών

Γίνεται όπως και στους φυσικούς αριθμούς, τοποθετώντας τους αριθμούς τον έναν κάτω από τον άλλο, έτσι ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη και αφαιρούμε τα ψηφία της ίδιας τάξης.

π.χ. $45,876 - 2,543 =$

$$\begin{array}{r} 45,876 \\ - 2,543 \\ \hline 43,333 \end{array}$$

$8,75 - 0,215 =$

(Όταν λείπει κάποιο ψηφίο το αντικαθιστώ με το μηδέν, χωρίς να αλλάξει η αξία του αριθμού) $8,75 = 8,750$

$$\begin{array}{r} 8,750 \\ - 0,215 \\ \hline 8,535 \end{array}$$

Προσοχή : Προσέχω το ακέραιο μέρος να είναι κάτω από το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος κάτω από το δεκαδικό.

Ασκήσεις

1. Να κάνεις στο τετράδιό σου τις παρακάτω πράξεις :

$543 + 9,876 = \dots\dots$	$666,123 + 29,7 = \dots\dots$	$999,000 + 9,99 = \dots\dots$
$856 + 5,123 = \dots\dots$	$234,567 + 99,0 = \dots\dots$	$543,765 + 8,88 = \dots\dots$
$555 + 4,444 = \dots\dots$	$777,666 + 44,4 = \dots\dots$	$876,543 + 2,22 = \dots\dots$
$777 + 3,333 = \dots\dots$	$123,456 + 88,8 = \dots\dots$	$987,654 + 1,11 = \dots\dots$
$555 + 5,555 = \dots\dots$	$456,789 + 12,3 = \dots\dots$	$765,432 + 4,44 = \dots\dots$
$9,876 - 5,43 = \dots\dots$	$666,123 - 2,97 = \dots\dots$	$999,000 - 0,999 = \dots\dots$
$5,123 - 2,56 = \dots\dots$	$234,567 - 9,90 = \dots\dots$	$543,765 - 0,888 = \dots\dots$
$4,444 - 3,55 = \dots\dots$	$777,666 - 4,44 = \dots\dots$	$876,543 - 0,222 = \dots\dots$
$3,333 - 1,77 = \dots\dots$	$123,456 - 8,88 = \dots\dots$	$987,654 - 0,111 = \dots\dots$
$5,555 - 5,55 = \dots\dots$	$456,789 - 1,23 = \dots\dots$	$765,432 - 0,444 = \dots\dots$

2. Το μεικτό βάρος ενός δοχείου με μέλι είναι 1,250 κιλά και το απόβαρό του είναι 0,350 κιλά. Πόσα κιλά μέλι περιέχει ;

3. Ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσω από το 89,45 για να βρω υπόλοιπο 44,006 ;

4. Η κ. Θάλεια αγόρασε δύο καρπούζια. Το πρώτο ζύγιζε 7,400 κιλά και το άλλο 1,850 κιλά περισσότερο. Πόσα κιλά καρπούζι αγόρασε συνολικά ;

5. Ένας ποδηλάτης διάνυσε την πρώτη μέρα 39,6 χιλιόμετρα. Τη δεύτερη μέρα διάνυσε 99,78 χιλιόμετρα και την τρίτη μέρα διάνυσε 68,92 χιλιόμετρα. Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε, περίπου, ο ποδηλάτης και τις τρεις μέρες μαζί ;

6. Το άθροισμα δυο αριθμών είναι 1.275,845. Ο ένας από αυτούς είναι ο 878,247. Ποιος είναι ο άλλος ;

7. Ένα παιδί πήγε με τη μητέρα του στο βιβλιοπωλείο και αγόρασε ένα βιβλίο αξίας 8,70 €, έναν άτλαντα Ελλάδας αξίας 9,10 €, ένα τετράδιο αξίας 0,65 € κι ένα κουτί μαρκαδόρους αξίας 3,95 €. Αν η μητέρα του έδωσε στο ταμείο του βιβλιοπωλείου ένα χαρτονόμισμα των 50 €, πόσα ρέστα πήρε ;

8. Το κυλικείο του σχολείου υπήρχαν 287 πορτοκαλάδες. Ο υπεύθυνος πούλησε 185 πορτοκαλάδες προς 0,80 € τη μία. Πόσες πορτοκαλάδες έμειναν τώρα στο κυλικείο και πόσα χρήματα εισέπραξε ;

Πολλαπλασιασμός Δεκαδικών Αριθμών

Γίνεται όπως και ο πολλαπλασιασμός των φυσικών αριθμών, τοποθετώντας στο γινόμενο την υποδιαστολή τόσες θέσεις από τα δεξιά προς τα αριστερά, όσα είναι συνολικά τα ψηφία στα δεκαδικά μέρη των παραγόντων.

π.χ. $2,55 \cdot 4,22 =$

παραγόντες	{	<u>2,55</u>	(δύο δεκαδικά ψηφία)
		<u>x 4,22</u>	+ (δύο δεκαδικά ψηφία)
		510	
		510	
		<u>+1020</u>	
γινόμενο		10,7610	(τέσσερα δεκαδικά ψηφία)

Διαίρεση Δεκαδικού αριθμού με Ακέραιο

Για να διαιρέσω δεκαδικό αριθμό με ακέραιο, κάνω κανονικά τη διαίρεση και όταν φτάσω στην υποδιαστολή συνεχίζω κανονικά τη διαίρεση βάζοντας την υποδιαστολή στο πηλίκο της διαίρεσής μου.

π.χ. $225,5 : 5 =$

225,5	5
<u>- 20</u>	45,1
025	
<u>-25</u>	
005	
<u>- 5</u>	
0	

Φτάνοντας στην υποδιαστολή, πριν κατεβάσω το ψηφίο πίσω από αυτή (5), μετακινώ την υποδιαστολή στο πηλίκο της διαίρεσής μου.

Διαίρεση Δεκαδικού αριθμού με Δεκαδικό

Για να κάνω διαίρεση μεταξύ δύο δεκαδικών αριθμών πρέπει ο διαιρέτης μου να γίνει ακέραιος αριθμός. Γι' αυτό πολλαπλασιάζω το Διαιρετέο και το Διαιρέτη με το 10, 100, 1.000 κλπ. μέχρι ο Διαιρέτης μου να γίνει ακέραιος αριθμός.

π.χ. $225,5 : 0,5 =$

Ο Διαιρέτης μου έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, άρα πολλαπλασιάζω και τους δύο με το 10, έτσι η διαίρεση μου μετατρέπεται σε :
 $2.255 : 5 = 451$

π.χ. $450 : 0,005 =$

Ο Διαιρέτης μου έχει τρία δεκαδικά ψηφία, άρα πολλαπλασιάζω και τους δύο με το 1.000, έτσι η διαίρεσή μου μετατρέπεται σε :
 $450.000 : 5 = 90.000$

Ασκήσεις

1. Να κάνεις στο τετράδιό σου τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις :

$12,3 \cdot 5 = \dots\dots$	$1,50 \cdot 10 = \dots\dots$	$3,98 \cdot 100 = \dots\dots$
$4,56 \cdot 2 = \dots\dots$	$3,45 \cdot 20 = \dots\dots$	$7,98 \cdot 200 = \dots\dots$
$7,89 \cdot 3 = \dots\dots$	$5,52 \cdot 50 = \dots\dots$	$1,00 \cdot 100 = \dots\dots$
$98,7 \cdot 4 = \dots\dots$	$7,65 \cdot 15 = \dots\dots$	$4,32 \cdot 432 = \dots\dots$
$6,54 \cdot 7 = \dots\dots$	$87,6 \cdot 22 = \dots\dots$	$5,55 \cdot 155 = \dots\dots$
$12,3 : 5 = \dots\dots$	$1,50 : 10 = \dots\dots$	$39,8 : 100 = \dots\dots$
$45,6 : 2 = \dots\dots$	$34,5 : 20 = \dots\dots$	$79,8 : 200 = \dots\dots$
$78,9 : 3 = \dots\dots$	$55,2 : 50 = \dots\dots$	$10,0 : 100 = \dots\dots$
$98,7 : 4 = \dots\dots$	$76,5 : 15 = \dots\dots$	$43,2 : 432 = \dots\dots$
$65,4 : 4 = \dots\dots$	$87,6 : 50 = \dots\dots$	$450,0 : 150 = \dots\dots$

2. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις :

- $725,085 + 3.500,5 + 1,234 = \dots\dots\dots$
- $1.876,4 + 44,050 + 12,345 = \dots\dots\dots$
- $2.345,678 + 1,234 + 456,789 = \dots\dots\dots$
- $8,5 - 2,34 - 2,4 = \dots\dots\dots$
- $45,005 - 23,5 - 1,55 - 0,5 = \dots\dots\dots$
- $(25,8 + 0,5) \cdot 5 = \dots\dots\dots$
- $(45,5 - 5,5) \cdot 8 = \dots\dots\dots$
- $(30,3 \cdot 10) : 3 = \dots\dots\dots$
- $(5,5 \cdot 6,5) : 10 = \dots\dots\dots$
- $(10,5 : 5) \cdot 2 = \dots\dots\dots$

3. Υπολόγισε με κάθετες πράξεις :

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| α) $43,4 \cdot 1,3 = \dots\dots\dots$ | β) $34 - 2,25 = \dots\dots\dots$ |
| γ) $28,34 + 2,7 = \dots\dots\dots$ | δ) $7,45 \cdot 0,2 = \dots\dots\dots$ |
| ε) $3 : 6 = \dots\dots\dots$ | στ) $23,2 : 0,2 = \dots\dots\dots$ |

4. Συμπλήρωσε τους παρακάτω πίνακες :

·	10	100	1.000
5,321			

·	10	100	1.000
23,456			

:	10	100	1.000
55			

:	10	100	1.000
5,5			

5. Τα 10 δοχεία λάδι χωράνε 175 κιλά. Πόσα κιλά λάδι χωράνε τα 100 και πόσα τα 1.000 όμοια δοχεία :
6. Ένα κατάστημα αγόρασε 84 ποτήρια προς 1,80 € το ένα. Κατά τη μεταφορά έσπασαν 4 ποτήρια και τα υπόλοιπα τα πούλησε προς 2,25 € το ένα. Πόσα χρήματα κέρδισε ο καταστηματάρχης :
7. Τα 45 μέτρα ύφασμα στοιχίζουν 1.458 €. Πόσο στοιχίζει το ένα μέτρο ;
8. Τα 12 δοχεία χωράνε 210 κιλά φέτα. Πόσα κιλά χωράει το ένα δοχείο ;
9. Ένας φρουτέμπορος πούλησε μια μέρα 68 κιλά μανταρίνια και εισέπραξε 102 €. Πόσο πούλησε το κιλό ;
10. Ένας έμπορος φρούτων, αγόρασε 4.250 κιλά μήλα προς 1,75 ευρώ το κιλό. Τα πούλησε όλα, κερδίζοντας 3.187,50 ευρώ. Πόσο πούλησε το κιλό τα μήλα και πόσο κέρδισε σε κάθε κιλό ;
11. Ένας μανάβης, αγόρασε 140,5 κιλά πατάτες προς 0,65 ευρώ το κιλό. Τις πούλησε, παίρνοντας συνολικά, 118,02 ευρώ. Πόσα χρήματα κέρδισε συνολικά σε κάθε κιλό πατάτες που αγόρασε ;

12. Οι 15 μαθητές της ΣΤ' τάξης, για να πάνε μια εκδρομή στο αρχαιολογικό μουσείο, πρέπει να πληρώσουν για εισιτήριο και έξοδα μετακίνησης, 125,25 ευρώ. Αν στην εκδρομή συμμετάσχουν και οι 18 μαθητές της Ε' τάξης, πόσα χρήματα πρέπει να πληρώσουν συνολικά, για να πάνε όλοι μαζί ;

13. Το δωδεκαπλάσιο ενός αριθμού, αυξημένο κατά 0,735, είναι ο αριθμός 9,519. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός ;

14. Οι 24 μαθητές της Ε' τάξης του σχολείου μας, θέλουν να πάνε στη Βέροια, να παρακολουθήσουν μια θεατρική παράσταση. Το πούλμαν για να τους μεταφέρει, ανεξάρτητα με το πόσοι θα είναι οι μαθητές, θέλει 315 ευρώ. Το εισιτήριο για να μπουν στο θέατρο, είναι 4,5 ευρώ. Πόσο θα στοιχίσει η επίσκεψη στο θέατρο σε κάθε μαθητή, αν πάνε μόνοι τους, και πόσο αν πάνε μαζί με τους 18 μαθητές της ΣΤ' τάξης ;

15. Ένας αγρότης μάζεψε φέτος 12.578 κιλά μήλα, 7.850 κιλά αχλάδια, 3.254 κιλά κεράσια και 8.548 κιλά ελιές. Πούλησε τα μήλα προς 0,25 € το κιλό, τα αχλάδια προς 0,40 € το κιλό, τα κεράσια προς 0,60 € το κιλό και τις ελιές προς 1,20 € το κιλό. α) Πόσα χρήματα πήρε από τα μήλα, πόσα από τα αχλάδια, πόσα από τα κεράσια και πόσα από τις ελιές ; β) πόσα χρήματα εισέπραξε συνολικά φέτος ο αγρότης αυτός πουλώντας όλα τα φρούτα ;

16. Ένας μανάβης πούλησε 145 κιλά ντομάτες, προς 1,45 € το κιλό, 235 κιλά πατάτες προς 1,20 € το κιλό, 27 κιλά καρότα προς 0,85 € το κιλό, 65 κιλά πιπεριές προς 2,45 € το κιλό και 239 κιλά μήλα προς 3,50 € το κιλό. Πόσα χρήματα πήρε ο μανάβης πουλώντας όλα αυτά τα λαχανικά ;

17. Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά στις ισότητες :

$$24,85 \cdot \dots = 248,5$$

$$2,4 \cdot \dots = 24$$

$$4,85 \cdot \dots = 48,5$$

$$0,9 \cdot \dots = 900$$

$$0,85 \cdot \dots = 85$$

$$0,85 \cdot \dots = 8,5$$

$$14,55 \cdot \dots = 1.455,0$$

$$100 \cdot \dots = 1$$

Προβλήματα δεκαδικών αριθμών
Επίλυση προβλήματος Δεκαδικών Αριθμών

Για να λύσω ένα πρόβλημα ακολουθώ τα παρακάτω βήματα:

- **Διαβάζω καλά και καταλαβαίνω το πρόβλημα** εντοπίζοντας τα δεδομένα (τα γνωστά στοιχεία) και τα ζητούμενα (τα άγνωστα στοιχεία).
- **Γράφω σε μία στήλη που δημιουργώ τα γνωστά και τα άγνωστα δεδομένα.** Προσέχω στην αντιγραφή των δεδομένων. **Τα περισσότερα λάθη γίνονται στην αντιγραφή.**
- Προσέχω τη σειρά με την οποία δόθηκαν τα δεδομένα. **Ποτέ τα δεδομένα δε δίνονται με τυχαία σειρά.**
- **Σχεδιάζω τη λύση,** αποφασίζω δηλαδή **ποια στρατηγική θα ακολουθήσω και ποιες πράξεις θα κάνω.**
- **Κάνω προσεκτικά τις πράξεις.**
- **Ελέγχω αν το αποτέλεσμα είναι λογικό** και στη συνέχεια, θεωρώντας το αποτέλεσμα γνωστό, κάνω πάλι τη λύση για να δω αν επαληθεύεται. Πάντα η ερώτηση πρέπει να έχει σχέση με τα δεδομένα του προβλήματος.
- **Τέλος γράφω την απάντηση.** Απαντώ μόνο στην ερώτηση που μου δίνεται στο πρόβλημα και όχι γενικά και αόριστα.

Προβλήματα

1. Δύο αυτοκίνητα ξεκίνησαν την ίδια ώρα από τη Θεσσαλονίκη. Το α' πήγαινε στην Καβάλα που απέχει 185 χιλιόμετρα και το β' πήγαινε στην Κοζάνη που απέχει 215,7 χιλιόμετρα. Ύστερα από μία ώρα το πρώτο είχε διανύσει 86,800 χιλιόμετρα και το β' απόσταση 92 χιλιομέτρων. Πόσα χιλιόμετρα πρέπει να διανύσει ακόμα το κάθε αυτοκίνητο για να φτάσει στον προορισμό του ;
2. Το γινόμενο δύο αριθμών είναι 48,75. Αν ο ένας αριθμός είναι το 25, ποιος είναι ο άλλος;
3. Ένας έμπορος αγόρασε 100 κιλά ροδάκινα με 0,25 ευρώ το κιλό. Όταν τα πούλησε κέρδισε 125 ευρώ. Πόσα ευρώ πούλησε το κιλό ;
4. Ένας γεωργός πούλησε 8.500 κιλά νεκταρίνια προς 0,25 ευρώ το κιλό. Με τα χρήματα που πήρε αγόρασε 175 κιλά λάδι και του έμειναν 1.600 ευρώ. Πόσα ευρώ αγόρασε το ένα κιλό λάδι ;
5. Αγοράσαμε από δύο κρεοπωλεία κατσικάκι της ίδιας ποιότητας. Από το πρώτο αγοράσαμε 5 κιλά και πληρώσαμε 38,9 ευρώ και από το δεύτερο 7 κιλά και πληρώσαμε 49,7 ευρώ. Ποιο κρεοπωλείο είναι φθηνότερο ;

6. Τρεις ψαράδες έπιασαν μια μέρα 1.450 κιλά ψάρια και τα πούλησαν με 3,75 ευρώ το κιλό. Αν είχαν έξοδα 2.587,5 ευρώ, πόσα ευρώ πήρε ο καθένας ;
7. Ένα κιβώτιο έχει 24 πορτοκαλάδες που η κάθε μία κοστίζει 0,47 ευρώ. Ο κ. Θανάσης αγόρασε για το μαγαζί του 25 κιβώτια. Πόσα ευρώ πλήρωσε ;
8. Ένας παραγωγός είχε 65 τελάρα μήλα που το καθένα ζυγίζει 24,250 κιλά και τα πούλησε με 0,32 ευρώ το κιλό. Πόσα ευρώ εισέπραξε ;
9. Ένα πουλόβερ πουλιόταν πριν τις εκπτώσεις 19,5 ευρώ. Πόσο το αγόρασε μια κυρία που στην περίοδο των εκπτώσεων της έγινε έκπτωση 3,8 ευρώ ;
10. Το μέτρο ενός υφάσματος στοιχίζει 1,87 ευρώ. Πόσο πλήρωσε μια κυρία η οποία αγόρασε 4 μέτρα ;
11. Οι 23 μαθητές της 5^{ης} τάξης ενός σχολείου πήγαν μια κοντινή εκδρομή και πλήρωσαν για εισιτήριο ο καθένας 3,70 ευρώ. Πόσο πλήρωσαν όλοι οι μαθητές ;
12. Μια νοικοκυρά πήγε στον μπακάλη και αγόρασε πατάτες αξίας 3,25 ευρώ. Τι ρέστα πήρε από ένα χαρτονόμισμα των 5 € που έδωσε, για να τις πληρώσει ;
13. Ο παππούς θέλει να μοιράσει 141 €, εξίσου και στα 6 εγγόνια του. Πόσα χρήματα πρέπει να δώσει στο καθένα ;
14. Τρία αδέρφια αγόρασαν μαζί ένα λαχείο και κέρδισαν 3.437,55 € συνολικά. Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας ;
15. Η μαμά της Χριστίνας αγόρασε από τον μανάβη 5 κιλά μήλα και πλήρωσε 7,25 €. Πόσα € θα πλήρωνε αν αγόραζε 7 κιλά μήλα ;
16. Οι 5 φραντζόλες ψωμί ζυγίζουν 2,5 κιλά. Πόσο ζυγίζει η μία ;
17. Πόσα € αποταμιεύει ο Αλέξης σε 12 μήνες, αν αποταμιεύει το μήνα 25,8 € ;
18. Η Γιάννα ταχυδρομεί ένα γράμμα κι ένα δέμα. Το γράμμα ζυγίζει 0,180 κιλά και το δέμα ζυγίζει 5 φορές περισσότερο από το γράμμα. Πόσο βάρος έχει το δέμα ; Πόσο περισσότερο βάρος έχει το δέμα από το γράμμα ;
19. Ένα αναψυκτήριο αγοράζει τις πορτοκαλάδες προς 0,60 € τη μια και τις πουλάει 1,50 €. Αν στη διάρκεια μιας εβδομάδας πούλησε 250 πορτοκαλάδες, να βρεθεί πόσα ευρώ κέρδισε.

Πολλαπλασιασμός - Διαίρεση

Γρήγοροι πολλαπλασιασμοί με 10, 100, 1.000 κλπ

- Σύντομος πολλαπλασιασμός φυσικού με το 10, 100, 1.000 :
Γράφουμε τον αριθμό και προσθέτουμε στο τέλος του ένα, δύο ή τρία μηδενικά αντίστοιχα.

$$(\text{π.χ. } 5 \cdot 10 = 50 , 87 \cdot 100 = 8.700 , 67 \cdot 1.000 = 67.000)$$

- Σύντομος πολλαπλασιασμός δεκαδικού με το 10, 100, 1.000 :
Μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα δεξιά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά.

$$(\text{π.χ. } 14,75 \cdot 10 = 147,5 , 12,345 \cdot 100 = 1.234,5 , 0,005 \cdot 1.000 = 5)$$

Αν τα δεκαδικά ψηφία δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε όσα μηδενικά περισσεύουν.

$$(\text{π.χ. } 5,4 \cdot 100 = 540 , 32,47 \cdot 1.000 = 32.470)$$

Γρήγορες διαιρέσεις με 10, 100, 1.000

- Σύντομη διαίρεση φυσικού με το 10, 100, 1.000:
Κόβουμε, με υποδιαστολή, από το τέλος και προς τα αριστερά, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι τα μηδενικά.

$$(\text{π.χ. } 69 : 10 = 6,9 , 758 : 100 = 7,58 , 2.654 : 1.000 = 2,654)$$

Αν τα ψηφία του αριθμού δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε μπροστά από τον αριθμό και μετά την υποδιαστολή, όσα μηδενικά περισσεύουν.

$$(\text{π.χ. } 5 : 10 = 0,5 , 7 : 100 = 0,07 , 52 : 1.000 = 0,052)$$

- Σύντομη διαίρεση δεκαδικού με το 10, 100, 1.000:
Μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα αριστερά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά.

$$(\text{π.χ. } 23,84 : 10 = 2,384 , 23,84 : 100 = 0,2384 , 543,2 : 1.000 = 0,5432)$$

Αν τα δεκαδικά ψηφία δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε, μπροστά από τον αριθμό και μετά την υποδιαστολή, όσα μηδενικά περισσεύουν.

$$(\text{π.χ. } 0,5 : 10 = 0,05 , 0,5 : 100 = 0,005 , 26,3 : 1.000 = 0,0263)$$

Ασκήσεις

1. Ένα λίτρο πετρελαίου θέρμανσης κοστίζει 0,98 €. Πόσο κοστίζουν τα 10 λίτρα, πόσο τα 100 και πόσο τα 1.000 λίτρα πετρελαίου ;
2. Ένα τετράδιο ορθογραφίας κοστίζει 0,65 €. Πόσο κοστίζουν τα 100 τετράδια και πόσο τα 1.000 ;

3. Συμπλήρωσε τους παρακάτω πίνακες :

·	10	100	1.000
5			

·	10	100	1.000
54,987			

:	10	100	1.000
77			

:	10	100	1.000
7,75			

·	10	100	1.000
0,55			

:	10	100	1.000
0,55			

4. Ένα φορτηγό μεταφέρει 100 ίδια κιβώτια συνολικού βάρους 8.500 κιλών. Πόσα κιλά ζυγίζει το ένα κιβώτιο ;

5. Ο Ανδρέας έχει 15 κάρτες με αυτοκίνητα. Ο Ζώης έχει δεκαπλάσιες κάρτες από τον Ανδρέα και ο Γιώργος διπλάσιες από τον Ζώη. Πόσες κάρτες έχουν και τα τρία παιδιά μαζί ;

6. Το κιλό οι πατάτες κοστίζουν 0,80 €. Πόσο κοστίζουν τα 10 κιλά, πόσο τα 100 κιλά και πόσο τα 1.000 κιλά πατάτες ;

7. Να γίνουν γρήγορα οι πολλαπλασιασμοί:

$$0,80 \cdot 10 = \dots\dots \quad 204 \cdot 100 = \dots\dots \quad 10,572 \cdot 1.000 = \dots\dots \quad 458 \cdot 10 = \dots\dots$$

$$0,196 \cdot 100 = \dots\dots \quad 6,14 \cdot 1.000 = \dots\dots \quad 532 \cdot 10 = \dots\dots \quad 6,5 \cdot 100 = \dots\dots$$

8. Να γίνουν γρήγορα οι διαιρέσεις :

$$32 : 10 = \dots\dots \quad 7,8 : 100 = \dots\dots \quad 1982 : 1.000 = \dots\dots \quad 0,05 : 10 = \dots\dots$$

$$75,06 : 100 = \dots\dots \quad 2 : 1.000 = \dots\dots \quad 175 : 10 = \dots\dots \quad 210,04 : 100 = \dots\dots$$

9. Μια γαλάζια φάλαινα ζυγίζει 120 τόνους. Πόσους τόνους ζυγίζουν 100 όμοιες φάλαινες ;

10. Σε 10 φτωχές οικογένειες η εκκλησία μιας ενορίας μοίρασε λίγο πριν τις γιορτές των Χριστουγέννων 140 κιλά λάδι. Πόσα κιλά πήρε κάθε οικογένεια ;

11. Το ένα κιλό κολοκυθάκια κοστίζουν 1,35 €. Πόσο κοστίζουν τα 10 κιλά, πόσο τα 100 κιλά και πόσο τα 100 γραμμάρια ;

12. Μια αντιπροσωπεία αυτοκινήτων πουλάει ένα σπορ αυτοκίνητο 48.000 €. Αν σε ένα τρίμηνο πούλησε 10 τέτοια σπορ αυτοκίνητα, πόσα χρήματα εισέπραξε;

Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$

Για να υπολογίσουμε το $\frac{1}{10}$ ενός ποσού, δηλαδή τη δεκαδική κλασματική μονάδα, όπως ονομάζεται, διαιρούμε το ποσό διά 10.

(π.χ. το $\frac{1}{10}$ του 350 είναι $350 : 10 = 35$).

Αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε τη δεκαδική κλασματική μονάδα, η οποία αντιστοιχεί σε ένα ποσό, και θέλουμε να υπολογίσουμε το αρχικό ποσό, πολλαπλασιάζουμε το ποσό με το 10.

(π.χ. αν το $\frac{1}{10}$ ενός ποσού είναι 35, το αρχικό ποσό είναι $35 \cdot 10 = 350$).

Η χρήση της δεκαδικής κλασματικής μονάδας, η αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα, όπως ονομάζεται, βοηθάει στη λύση διαφόρων προβλημάτων:

➤ Γνωρίζουμε όλο το ποσό και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα κλασματικό μέρος του:

Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε τα $\frac{6}{10}$ του αριθμού 240, κάνουμε πρώτα αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα, δηλαδή βρίσκουμε το $\frac{1}{10}$ του 240, το οποίο είναι $240 : 10 = 24$, και στη συνέχεια βρίσκουμε τα $\frac{6}{10}$, πολλαπλασιάζοντας το 24 με το 6, δηλαδή $24 \cdot 6 = 144$. Άρα τα $\frac{6}{10}$ του 240 είναι 144.

➤ Γνωρίζουμε το κλασματικό μέρος του ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε το αρχικό ποσό:

Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε ποιο είναι το ποσό, του οποίου τα $\frac{3}{10}$ είναι 45, κάνουμε πρώτα αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα, δηλαδή βρίσκουμε το $\frac{1}{10}$ του ποσού, διαιρώντας $45 : 3 = 15$, και στη συνέχεια βρίσκουμε το αρχικό ποσό, πολλαπλασιάζοντας το 15 με το 10, δηλαδή $15 \cdot 10 = 150$. Άρα το ζητούμενο ποσό είναι το 150.

➤ Γνωρίζουμε το κλασματικό μέρος ενός ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα άλλο κλασματικό μέρος του ίδιου ποσού:

Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε πόσο είναι τα $\frac{8}{10}$ ενός αριθμού, του οποίου τα $\frac{5}{10}$ είναι 115, κάνουμε πρώτα αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα, δηλαδή βρίσκουμε το $\frac{1}{10}$ του 115. $115 : 5 = 23$, (το $\frac{1}{10}$ είναι πέντε φορές μικρότερο

από τα $\frac{5}{10}$), και στη συνέχεια βρίσκουμε τα $\frac{8}{10}$, πολλαπλασιάζοντας το 23 με το 8, δηλαδή $23 \cdot 8 = 184$. Άρα τα $\frac{8}{10}$ αυτού του αριθμού είναι 184.

Ασκήσεις

1. Σε ένα εργοστάσιο εργάζονται 150 εργάτες. Από αυτούς τα $\frac{4}{10}$ είναι γυναίκες και οι υπόλοιποι είναι άντρες. Να βρεις πόσες είναι οι γυναίκες και πόσοι είναι οι άντρες που δουλεύουν στο εργοστάσιο ;
2. Στο σχολείο μας τα $\frac{5}{10}$ των παιδιών είναι κορίτσια. Το σχολείο μας έχει 138 παιδιά. Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια στο σχολείο μας ;
3. Το $\frac{1}{10}$ του κιλού το κασέρι κοστίζει 0,8 €. Πόσο κοστίζει το κιλό το κασέρι ;
4. Η Εύα είναι 12 ετών. Η ηλικία της είναι ίση με τα $\frac{3}{10}$ της ηλικίας του μπαμπά της. Πόσων ετών είναι ο μπαμπάς της Εύας ;
5. Τα $\frac{7}{10}$ του βάρους του ανθρώπου είναι νερό. Πόσα κιλά νερό έχει το σώμα ενός ανθρώπου 90 κιλών ;
6. Σε ένα σχολείο υπάρχουν 260 παιδιά. Τα $\frac{7}{10}$ των παιδιών θα πάνε μια εκπαιδευτική εκδρομή. Πόσα παιδιά θα πάνε στην εκδρομή ;
7. Από τα 360 παιδιά μιας κατασκήνωσης τα $\frac{6}{10}$ είναι κορίτσια. Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια ;
8. Υπολόγισε :

<p>α. Το $\frac{1}{10}$ του 40 $\rightarrow 40 : 10 = 4$</p> <p>Το $\frac{1}{10}$ του 250 \rightarrow</p> <p>Το $\frac{1}{10}$ του 6.780 \rightarrow</p> <p>Το $\frac{1}{10}$ του 700 \rightarrow</p> <p>Το $\frac{1}{10}$ του 1.500 \rightarrow</p>	<p>β. Το $\frac{1}{100}$ του 3.600 $\rightarrow 3.600 : 100 = 36$</p> <p>Το $\frac{1}{100}$ του 46 \rightarrow</p> <p>Το $\frac{1}{100}$ του 850 \rightarrow</p> <p>Το $\frac{1}{1000}$ του 12.500 \rightarrow</p> <p>Το $\frac{1}{1000}$ του 3.500 \rightarrow</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Πολλαπλασιασμός Φυσικών Αριθμών Προπαίδια

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225

 : Στα κουτάκια αυτά είναι το γινόμενο των αριθμών με τον εαυτό τους.

Παρατηρήσεις :

- Το 1 όταν πολλαπλασιαστεί με ένα φυσικό αριθμό δεν τον μεταβάλλει :
π.χ. $8 \cdot 1 = 8$
- Στον πολλαπλασιασμό ισχύει η **αντιμεταθετική ιδιότητα**, δηλαδή μπορώ να αλλάξω την σειρά των παραγόντων ενός γινομένου :
π.χ. $5 \cdot 6 = 6 \cdot 5$
- Ισχύει η **επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:
π.χ. $5 \cdot (3 + 2) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 2$
- Ισχύει η **επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:
π.χ. $4 \cdot (5 - 2) = 4 \cdot 5 - 4 \cdot 2$
- Όταν πολλαπλασιάσω έναν αριθμό με το 10, 100, 1.000, ξαναγράφω τον αριθμό προσθέτοντας και τα αντίστοιχα μηδενικά, με το 10 ένα, με το 100 δύο, με το 1.000 τρία κλπ.
π.χ. $4 \cdot 10 = 40$, $5 \cdot 100 = 500$, $6 \cdot 1.000 = 6.000$

Διαίρεση Φυσικών Αριθμών

Κριτήρια Διαιρετότητας

Ένας Φυσικός αριθμός διαιρείται :

- με το 2, αν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0, 2, 4, 6, 8.
- με το 3, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.
- με το 4, αν τα δύο τελευταία ψηφία του, είναι αριθμός που διαιρείται με το 4.
- με το 5, αν λήγει σε 0 ή 5.
- με το 9, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.
- με το 10, 100, 1.000, ... αν λήγει σε 1, 2, 3, μηδενικά.
- με το 25, αν τα δύο τελευταία ψηφία του είναι αριθμός που διαιρείται με το 25.

Ασκήσεις

1. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται ακριβώς με το 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25 ;
Βάλε X στο σωστό κουτάκι.

:	2	3	4	5	9	10	25
144							
1.565							
188.764							
678.975							
543.210							
1.000.002							
9.000.000							

2. Ποια πρέπει να είναι τα τελευταία ψηφία στους παρακάτω αριθμούς ώστε να διαιρούνται ακριβώς με το 3 :

12..... , 23 , 34 , 56 , 78 ,
2..... , 39 , 98 , 75 , 64

3. Ποια πρέπει να είναι τα τελευταία ψηφία στους παρακάτω αριθμούς ώστε να διαιρούνται ακριβώς με το 4 :

12..... , 23 , 34 , 56 , 78 ,
2..... , 39 , 98 , 75 , 64

4. Ποια πρέπει να είναι τα τελευταία ψηφία στους παρακάτω αριθμούς ώστε να διαιρούνται ακριβώς με το 5 :

12..... , 23 , 34 , 56 , 78 ,
2..... , 39 , 98 , 75 , 64

5. Ποια πρέπει να είναι τα τελευταία ψηφία στους παρακάτω αριθμούς ώστε να διαιρούνται ακριβώς με το 9 :

12..... , 23 , 34 , 56 , 78 ,
 2..... , 39 , 98 , 75 , 64

6. Ποια πρέπει να είναι τα τελευταία ψηφία στους παρακάτω αριθμούς ώστε να διαιρούνται ακριβώς με το 10 :

12..... , 23 , 34 , 56 , 78 ,
 2..... , 39 , 98 , 75 , 64

7. Ποια πρέπει να είναι τα τελευταία ψηφία στους παρακάτω αριθμούς ώστε να διαιρούνται ακριβώς με το 25 :

12..... , 23 , 34 , 56 , 78 ,
 2..... , 39 , 98 , 75 , 64

8. Ποιοι από τους αριθμούς 18, 35, 70, 102, 200, 605, 804, 1.225, 5.020, 6.115.

- διαιρούνται ακριβώς με το 2 :
- διαιρούνται ακριβώς με το 5 :
- διαιρούνται ακριβώς με το 10 :
- διαιρούνται ακριβώς και με το 2, το 5 και το 10 :

9. Ποιοι από τους αριθμούς 18, 33, 63, 108, 213, 312, 333, 534, 621, 1.002.

- διαιρούνται ακριβώς με το 2 :
- διαιρούνται ακριβώς με το 3 :
- διαιρούνται ακριβώς με το 9 :
- διαιρούνται ακριβώς και με το 2, το 3 και το 9 :

10. Σε μια κατασκήνωση το πλήθος των παιδιών βρίσκεται μεταξύ των αριθμών 125 και 135. Αν τα παιδιά τα χωρίσουμε σε πεντάδες ή δεκάδες, δεν περισσεύει κανένα. Πόσα είναι τα παιδιά που βρίσκονται στην κατασκήνωση ;

11. Ο Πέτρος μέτρησε τα αυτοκίνητα που περνούν στο δρόμο πέντε πέντε και ισχυρίζεται ότι σε μια ώρα πέρασαν 237 αυτοκίνητα. Έχει δίκιο ή όχι και γιατί;

12. Ένας αγρότης, αφού μάζεψε τα μήλα του, τα κουβάλησε στο ψυγείο του χωριού, με το φορτηγό του. Για να τα μεταφέρει όλα χρειάστηκε να κάνει 24 δρομολόγια, ενώ σε κάθε δρομολόγιο φόρτωνε στο φορτηγό 87 κλούβες μήλα. Α) Πόσα ήταν τα μήλα που μάζεψε ο αγρότης, αν κάθε κλούβα περιείχε 18 κιλά μήλα; Β) Πόσα χρήματα θα πληρώσει για ψυκτικά στο ψυγείο, αν για κάθε κιλό μήλα πληρώνει 29 λεπτά ;

13. Ένας άλλος αγρότης πήρε 16 εργάτες για να μαζέψει τα δικά του μήλα. Κάθε εργάτης μάζευε 638 κιλά μήλα την ημέρα. Α) Πόσα κιλά μήλα μάζεψε συνολικά ο αγρότης, αν οι εργάτες δούλεψαν 18 ημέρες; Β) Πόσα χρήματα πλήρωσε συνολικά στους εργάτες ο αγρότης αν τους έδινε στον καθένα μεροκάματο 25 € ;

14. Να κάνεις τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς :

$$\begin{array}{r} 356 \\ \times 80 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 478 \\ \times 60 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 875 \\ \times 90 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 497 \\ \times 70 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 847 \\ \times 50 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 965 \\ \times 40 \\ \hline \end{array}$$

15. Να κάνεις τις διαιρέσεις παρακάτω του πίνακα, γράφοντας το αποτέλεσμα της κάθε πράξης κάτω από τον διαιρέτη, όπως στο παράδειγμα :

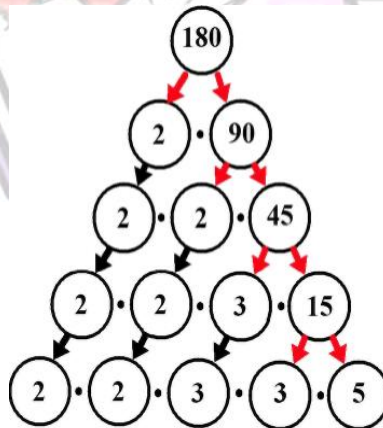
Πολλαπλασιαστέος	Πολλαπλασιαστής					
	Διαιρέτης					
	10		100		1000	
	Πηλίκο	Υπόλ.	Πηλίκο	Υπόλ.	Πηλίκο	Υπόλ.
1.250	125	0	12	50	1	250
230.120						
3.200						
35.500						
400.000						
40.350						
4.134.000						
34.500						
603.000						
70.400						
8.450						
9.700.000						
105.200						
11.000						
12.400.500						
1.475.000						
3.160						
18.680						
19.800						
2.037						
23.300						
256.000						
29.824						
3.568						
38.790						
40.700						
43.652						

Πολλαπλάσια και Διαιρέτες, Ανάλυση - Παραγοντοποίηση αριθμού

- ✚ **Πολλαπλάσια** ενός αριθμού λέγονται οι αριθμοί τους οποίους σχηματίζουμε πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό με διάφορους φυσικούς αριθμούς.
π.χ. για να βρούμε τα πέντε πρώτα πολλαπλάσια του 7, πολλαπλασιάζουμε το 7 με το 1, το 2, το 3, το 4 και το 5 και παίρνουμε 7, 14, 21, 28 και 35.
- ✚ Δύο ή περισσότεροι αριθμοί μπορούν να έχουν **κοινά** (ίδια) **πολλαπλάσια**. Μπορούμε να τα βρούμε γράφοντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού με τη σειρά ή τοποθετώντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού στην αριθμογραμμή ή κάνοντας πίνακα.
π.χ. τα πολλαπλάσια του 4 είναι : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ..., ενώ τα πολλαπλάσια του 6 είναι 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ... Άρα τα κοινά τους πολλαπλάσια είναι 12, 24, 36, ...
- ✚ **Διαιρέτες** ενός αριθμού λέγονται οι φυσικοί αριθμοί με τους οποίους διαιρείται ακριβώς ο αριθμός
π.χ. διαιρέτες του 36 είναι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 και 36.

Παραγοντοποίηση

- ✚ Μπορούμε να **αναλύσουμε έναν αριθμό σε γινόμενο** με τέτοιο τρόπο ώστε να μην αναλύεται περισσότερο, χρησιμοποιώντας την προπαίδεια και αναλύοντας κάθε παράγοντα όσο γίνεται
π.χ. το 180 αναλύεται $180 = 2 \cdot 90 = 2 \cdot 2 \cdot 45 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. Παρατηρούμε ότι δεν αναλύεται άλλο. Η ανάλυση αυτή μπορεί να γίνει και με δένδrogramma (βλ. Το παρακάτω σκίτσο).



Ασκήσεις

1. Να βρεις τα κοινά πολλαπλάσια των παρακάτω αριθμών :
 - ΚΤΠ (3, 5) μέχρι το 100
 - ΚΤΠ (2, 4) μέχρι το 50
 - ΚΤΠ (4, 8) μέχρι το 50
 - ΚΤΠ (5, 10) μέχρι το 100

2. Να βρεις τους διαιρέτες των παρακάτω αριθμών :

- 6 :
- 10 :
- 24 :
- 30 :

3. Να βρεις τους κοινούς διαιρέτες (ΚΔ) των παρακάτω αριθμών :

- 12, 18, 32
- 15, 30, 45
- 10, 20, 40
- 12, 24, 48

4. Η απόσταση Αλεξάνδρειας - Βέροιας είναι 25 χιλιόμετρα, ενώ η απόσταση Αλεξάνδρειας - Θεσσαλονίκης είναι διπλάσια. Πόσα χιλιόμετρα είναι η απόσταση Αλεξάνδρειας - Θεσσαλονίκης ;

5. Η απόσταση Αλεξάνδρειας - Βέροιας είναι 25 χιλιόμετρα, ενώ η απόσταση Αλεξάνδρειας - Αθήνας είναι εικοσαπλάσια. Πόσα χιλιόμετρα είναι η απόσταση Αλεξάνδρειας- Αθήνας ;

6. Η τάξη μας έχει 22 μαθητές και μαθήτριες. Πώς μπορούν να παραταχθούν ώστε να μην περισσεύει κανένας - καμία μαθητής ή μαθήτρια ;

7. Η Ολυμπία έχει 48 τριαντάφυλλα, 60 γαρίφαλα και 24 μαργαρίτες. Πόσες ομοιόμορφες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει και πόσα λουλούδια από κάθε είδος θα βάλει ;

8. Η Σοφία θέλει να φτιάξει ένα κολιέ με 60 χάντρες κόκκινες και κίτρινες. Για κάθε 7 κόκκινες βάζει 5 κίτρινες. Πόσες χάντρες από κάθε χρώμα θα χρειαστεί ;

	Κόκκινες	Κίτρινες
12 χάντρες		
24 χάντρες		
36 χάντρες		
48 χάντρες		
60 χάντρες		

9. Να συμπληρώσεις τα 6 πρώτα πολλαπλάσια των αριθμών :

Πολλαπλάσια του 3 : 3, 6,

Πολλαπλάσια του 5 : 5,

Πολλαπλάσια του 7 : 7,

Ε.Κ.Π. - Μ.Κ.Δ.

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο

Α΄ Τρόπος

Βρίσκω τα πολλαπλάσια του 2 , 3 , 6.

2 : 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , 14 , 16 , 18 , 20 , 22 , 24 , 26 , 28 , 30

3 : 3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18 , 21 , 24 , 27 , 30

6 : 6 , 12 , 18 , 24 , 30

Τα κοινά πολλαπλάσια του 2 , 3 , 6 είναι το 6 , 12 , 18 , 24 , 30

$$\text{Το Ε.Κ.Π. (2 , 3 , 6) = 6}$$

Β΄ Τρόπος

Τοποθετώ στη σειρά τους αριθμούς από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο, σε μία σειρά. Στα δεξιά των αριθμών κάνω μία κάθετη γραμμή και ξεκινώ διαιρώντας τους αριθμούς αυτούς με τους πρώτους αριθμούς. Πρώτοι ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο με τη μονάδα και τον εαυτό τους. Κάτω από κάθε αριθμό τοποθετώ τον αριθμό που δείχνει πόσες φορές διαιρείται αυτός ο αριθμός, με τον πρώτο αριθμό. Αν κάποιος αριθμός δε διαιρείται, τότε κατεβαίνει στην κάτω σειρά όπως είναι. Στο τέλος πολλαπλασιάζω τους πρώτους αριθμούς και το γινόμενο των αριθμών αυτών είναι το Ε.Κ.Π.. Σταματάω τις διαιρέσεις όταν στο κάτω μέρος των αριθμών, όλοι οι αριθμοί έχουν γίνει 1.

2	3	6	2 (στο 2 μία φορά, στο 6 τρεις)
1	3	3	3 (στο 3 μία φορά)
1	1		

$$\text{Ε.Κ.Π. (2 , 3 , 6) = 2 \cdot 3 = 6}$$

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης Μ.Κ.Δ.

Για να βρω το Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσότερων αριθμών, βρίσκω τους διαιρέτες των αριθμών αυτών και μετά από τους κοινούς διαιρέτες επιλέγω τον μεγαλύτερο.

π.χ. Να βρω το Μ.Κ.Δ. (48 , 36) :

Διαιρέτες του 48 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

Διαιρέτες του 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Κοινοί διαιρέτες : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

$$\text{Μ.Κ.Δ. (48 , 36) = 12}$$

Ασκήσεις

1. Να βρεις το Ε.Κ.Π. των παρακάτω αριθμών :
 - Ε.Κ.Π. (3, 5)
 - Ε.Κ.Π. (4, 5)
 - Ε.Κ.Π. (2, 5, 10)
 - Ε.Κ.Π. (3, 5, 10)

2. Η Παναγιώτα μετράει τις κούκλες που έχει. Αν τις βάλει σε δυάδες ή τριάδες, δεν περισσεύει καμία. Αν οι κούκλες που έχει είναι λιγότερες από 25 και περισσότερες από 20, πόσες κούκλες έχει ;

3. Ο πατέρας της Κατερίνας θέλει να βάλει το λάδι που έχει σε δοχεία. Αν αδειάσει όλο το λάδι σε δοχεία των 5, 10 και 15 κιλών δεν περισσεύει τίποτα. Αν το λάδι είναι λιγότερο από 45 κιλά και περισσότερο από 25, πόσα κιλά λάδι έχει ;

4. Να βρεις το Μ.Κ.Δ. των παρακάτω αριθμών :
 - Μ.Κ.Δ. (12, 18, 24)
 - Μ.Κ.Δ. (42, 56)
 - Μ.Κ.Δ. (24, 48)
 - Μ.Κ.Δ. (7, 28, 49)

5. Η τάξη μας μάζεψε σε έναν έρανο που έγινε 120 κιλά αλεύρι, 72 κιλά ζάχαρη και 96 κιλά ρύζι για να τα προσφέρουν σε ανθρώπους που έχουν ανάγκη. Πόσα ομοιόμορφα δέματα μπορούν να φτιάξουν και πόσα αντικείμενα από κάθε είδος θα περιέχει το κάθε δέμα ;

6. Η Ναταλία έχει 42 γαρίφαλα και 56 τριαντάφυλλα. Πόσες ομοιόμορφες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει και πόσα γαρίφαλα και πόσα τριαντάφυλλα θα βάλει σε κάθε μία ;

7. Βρίσκω το Ε.Κ.Π. των παρακάτω αριθμών:

2 4 6 |

3 4 9 |

3 6 10 |

Ε.Κ.Π.(2, 4, 6) =

Ε.Κ.Π.(3, 4, 9) =

Ε.Κ.Π.(3, 6, 10) =

8. Οι μαθητές της Ε΄ τάξης ενός σχολείου είναι λιγότεροι από 50. Πόσοι είναι ακριβώς, αν, όταν παραταχθούν σε τριάδες, σε πεντάδες ή σε εξάδες, δεν περισσεύει κανένας;

9. Να γράψεις τους διαιρέτες των παρακάτω αριθμών :

α) 105 :

β) 30 :

γ) 24 :

δ) 33 :

10. Όταν ρώτησαν κάποιον για την ηλικία του, απάντησε ως εξής : « Είμαι λιγότερο από 60 χρονών και αν η ηλικία μου διαιρεθεί με το 6 ή με το 8 ή με το 16 προκύπτει υπόλοιπο 2». Ποια ήταν η ηλικία του ;

Ανακεφαλαίωση

Διαιρέτες	Οι αριθμοί που διαιρούν έναν αριθμό
Μ.Κ.Δ.	Ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες
Παραγοντοποίηση αριθμών	Ανάλυση του αριθμού σε γινόμενο πρώτων αριθμών
Πολλαπλάσια	Η προπαίδεια
Ε.Κ.Π.	Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια
Πολλαπλασιασμός φυσικού με το 10, 100, 1000	Προσθέτω μηδενικά στο τέλος του αριθμού, όσα και τα μηδενικά του 10, 100, 1.000 κλπ
Πολλαπλασιασμός δεκαδικού με το 10, 100, 1000	Μετακινώ την υποδιαστολή τόσες θέσεις προς τα δεξιά, όσα και τα μηδενικά του 10, 100, 1.000 κλπ
Διαίρεση φυσικού με το 10, 100, 1000	Κόβουμε, με υποδιαστολή, από το τέλος και προς τα αριστερά, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι τα μηδενικά.
Διαίρεση δεκαδικού με το 10, 100, 1000	Μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα αριστερά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά.

Περιεχόμενα

Φυσικοί Αριθμοί

Υπενθύμιση Δ' τάξης	σελ. 5
Πώς μπορώ να γράψω έναν αριθμό - Η αξία των ψηφίων ενός αριθμού	σελ. 9
Οι αριθμοί μέχρι το 1.000.000 - Σύγκριση αριθμών	σελ. 13
Φυσικοί αριθμοί - Στρογγυλοποίηση Φυσικών Αριθμών	σελ. 17
Πρόσθεση - Αφαίρεση - Πολλαπλασιασμός - Διαίρεση Φυσικών Αριθμών	σελ. 21
Επίλυση προβλήματος - Αντίστροφο πρόβλημα	σελ. 27

Δεκαδικοί Αριθμοί

Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί - Μεικτός αριθμός - Δεκαδικοί αριθμοί - Πώς μετατρέπω ένα δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα - Πώς μετατρέπω ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό - Πώς μπορεί να γραφεί μία μέτρηση	σελ. 33
Διαβάζω τους δεκαδικούς αριθμούς - Στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών	σελ. 39
Σύγκριση Δεκαδικών Αριθμών - Αριθμογραμμή	σελ. 43
Πρόσθεση - Αφαίρεση Δεκαδικών Αριθμών	σελ. 47
Πολλαπλασιασμός - Διαίρεση Δεκαδικών Αριθμών	σελ. 49
Προβλήματα δεκαδικών αριθμών	σελ. 53

Πολλαπλασιασμοί - Διαιρέσεις

Γρήγοροι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με 10, 100, 1.000	σελ. 57
Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα	σελ. 59
Προπαίδια - Κριτήρια Διαιρετότητας	σελ. 61
Πολλαπλάσια και Διαιρέτες, Ανάλυση - Παραγοντοποίηση αριθμού	σελ. 65
ΕΚΤ - ΜΚΔ	σελ. 67

