5ο Δημοτικό Σχολείο Αλεξάνδρειας
Αρβανιτίδης Θεόδωρος

Πολλαπλασιασμός Φυσικών Αριθμών
Προπαίδεια

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225

: Στα κουτάκια αυτά είναι το γινόμενο των αριθμών με τον εαυτό τους.

Ο αριθμός αυτός λέγεται και τετράγωνο των αριθμών αυτών και μπορεί να γραφεί και ως εξής :

π.χ. $9 \cdot 9 = 9^2 = 81$

Παρατηρήσεις :

- Το 1 όταν πολλαπλασιαστεί με ένα φυσικό αριθμό δεν τον μεταβάλλει : π.χ. $8 \cdot 1 = 8$
- Στον πολλαπλασιασμό ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα, δηλαδή μπορώ να αλλάξω την σειρά των παραγόντων ενός γινομένου :

  π.χ. $5 \cdot 6 = 6 \cdot 5$
- Ισχύει η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση : π.χ. $5 \cdot (3 + 2) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 2$

- Ισχύει η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση : π.χ. 4 • (5 – 2) = 4 • 5 – 4 • 2
- Όταν πολλαπλασιάσω έναν αριθμό με το 10, 100, 1.000, ξαναγράφω τον αριθμό προσθέτοντας και τα αντίστοιχα μηδενικά, με το 10 ένα, με το 100 δύο, με το 1.000 τρία κλπ.
  π.χ. 4 • 10 = 40,   5 • 100 = 500,   6 • 1.000 = 6.000

Κριτήρια Διαιρετότητας

Ένας Φυσικός αριθμός διαιρείται :

- με το 2, αν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0, 2, 4, 6, 8.
- με το 3, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.
- με το 4, αν τα δύο τελευταία ψηφία του, είναι αριθμός που διαιρείται με το 4.
- με το 5, αν λήγει σε 0 ή 5.
- με το 9, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.
- με το 10, 100, 1.000, … αν λήγει σε 1, 2, 3, ….. μηδενικά.
- με το 25, αν τα δύο τελευταία ψηφία του είναι αριθμός που διαιρείται με το 25.

Πρώτοι Αριθμοί

Πρώτοι λέγονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο με τον εαυτό τους και το 1. Πρώτος ο Ερατοσθένης με τη μέθοδο, γνωστή ως «Κόσκινο του Ερατοσθένη» , βρήκε τους πρώτους αριθμούς από το 1 μέχρι το 100. Έγραψε τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 100. Διέγραψε το 1. Χωρίς να διαγράψει το 2, διέγραψε όλα τα πολλαπλάσιά του. Το ίδιο έκανε και με 3 το 5 κλπ. Με τον τρόπο αυτό διαγράφονται όλοι οι σύνθετοι αριθμοί και μένουν μόνο οι πρώτοι, οι οποίοι είναι :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 71, 73, 79, 83, 89 και 97.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	~~67~~	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Ανάλυση Σύνθετου Αριθμού σε Γινόμενο Πρώτων Παραγόντων

Ένας σύνθετος αριθμός μπορεί να εκφραστεί και ως γινόμενο πρώτων παραγόντων.

π.χ. $10 = 2 \cdot 5$
$24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Αυτό το βρίσκω τοποθετώντας τον αριθμό και τραβώντας κάθετα μία γραμμή. Δεξιά της γραμμής τοποθετώ τους πρώτους αριθμούς, οι οποίοι διαιρούν το σύνθετο αυτό αριθμό και κάνω τις διαιρέσεις γράφοντας κάτω από το σύνθετο πόσες φορές χωράει ο πρώτος σ' αυτόν. Τελειώνω όταν κάτω από το σύνθετο καταλήξω στη μονάδα.

π.χ. Να αναλυθεί ο αριθμός 150 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

150	2	το 2 είναι ζυγός και διαιρεί το 150
75	3	το 3 διαιρεί το 75
25	5	το 5 διαιρεί το 25
5	5	το 5 διαιρεί το 5
1		

Άρα το 150 μπορεί να γραφεί ως : $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης Μ.Κ.Δ.

Για να βρω το Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσότερων αριθμών, βρίσκω τους διαιρέτες των αριθμών αυτών και μετά από τους κοινούς διαιρέτες επιλέγω τον μεγαλύτερο.

π.χ. Να βρω το Μ.Κ.Δ. (48, 36) =
Διαιρέτες του 48 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.
Διαιρέτες του 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.
Κοινοί διαιρέτες : 1, 2, 3, 4, 6, 12.
Μ.Κ.Δ. (48, 36) = 12