

5ο Δημοτικό Σχολείο Αλεξανδρείας

Αρβανιτίδης Θεόδωρος

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Σημείο

Με την άκρη του μολυβιού μου ακουμπώντας την σε ένα κομμάτι χαρτί αφήνω ένα σημάδι το οποίο το λέω σημείο .

Το σημείο το δίνω όνομα γράφοντας πάνω απ' αυτό ένα κεφαλαίο γράμμα της αλφαβήτου.

π.χ. A
•

Ευθύγραμμο τμήμα

Το τμήμα της ευθείας γραμμής που ενώνει δύο σημεία, λέγεται **ευθύγραμμο τμήμα**. Στο ευθύγραμμο τμήμα γνωρίζω την αρχή και το τέλος του.

π.χ. A B
•—————•

Το ευθύγραμμο τμήμα συμβολίζεται με τα δύο γράμματα που μας δείχνουν την αρχή και το τέλος του, π.χ. AB

Ημιευθεία

Ένα ευθύγραμμο τμήμα που έχει μόνο αρχή, αλλά δεν έχει τέλος ή έχει τέλος και δεν έχει αρχή, λέγεται ημιευθεία.

π.χ. A
•————— x
y —————• B

Η ημιευθεία συμβολίζεται με το κεφαλαίο γράμμα, που δηλώνει την αρχή ή το τέλος και ένα μικρό γράμμα, Ax , yB κ.λ.π.

Ευθεία

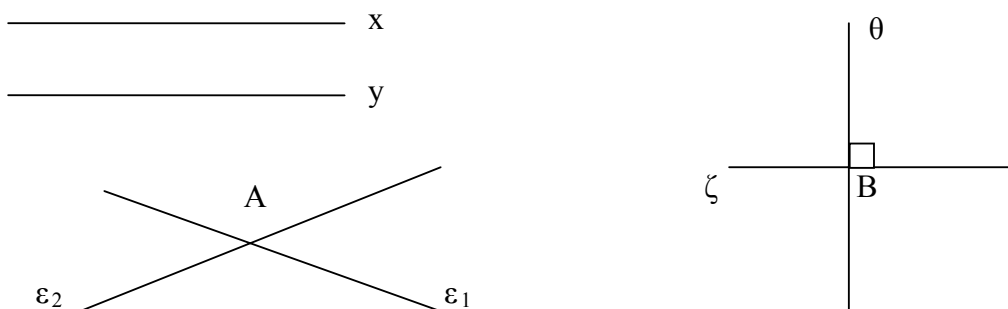
Εάν προεκτείνω απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα, ώστε να μη γνωρίζω την αρχή και το τέλος του, το νέο σχήμα λέγεται ευθεία.

π.χ. ————— ε

Την ευθεία την συμβολίζω με ένα μικρό γράμμα της αλφαβήτου.

Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο :

- θα είναι παράλληλες $x // y$
- θα τέμνονται σε ένα σημείο : η ευθεία ϵ_1 τέμνει την ϵ_2 στο σημείο A.
- θα τέμνονται κάθετα : η ευθεία θ τέμνει κάθετα την ζ στο σημείο B.

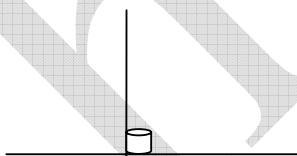


Σχέση σημείου και ευθείας

Από ένα σημείο περνάνε άπειρες ευθείες, ενώ από δύο σημεία περνάει μόνο μία ευθεία.

Απόσταση σημείου από ευθεία

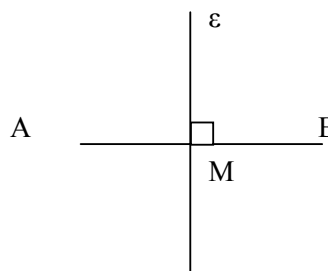
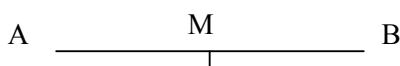
Απόσταση σημείου από ευθεία ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει **κάθετα** το σημείο με την ευθεία. Από το σημείο A φέρνω την κάθετη στην ευθεία ϵ . Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι η απόσταση του σημείου A από την ευθεία ϵ .



Μέσο ευθύγραμμου τμήματος - Μεσοκάθετος

Μέσο ευθυγράμμου τμήματος είναι το σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που ισαπέχει από τα άκρα του. Το μέσο είναι μοναδικό σημείο σε κάθε ευθύγραμμο τμήμα. Το σημείο M είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB.

Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος είναι η ευθεία που διέρχεται από το μέσο του και σχηματίζει με το ευθύγραμμο τμήμα ορθή γωνία. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου έχει την ιδιότητα να ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος. Η ευθεία ϵ είναι η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος AB.

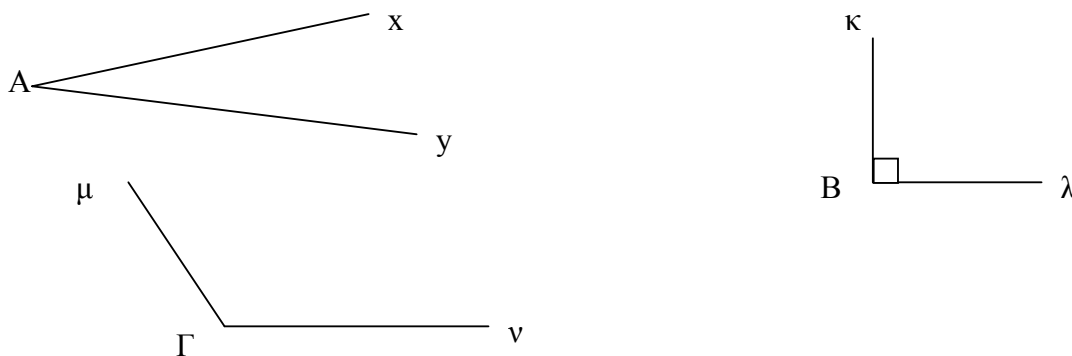


Γωνία

Γωνία είναι το σύνολο των σημείων που περιέχεται ανάμεσα σε δύο ημιευθείες με κοινή αρχή. Η κοινή αρχή λέγεται κορυφή της γωνίας. Την κορυφή της γωνίας τη συμβολίζουμε με κεφαλαίο γράμμα της αλφαβήτας.

Συμβολισμός : Οι γωνίες συμβολίζονται συνήθως με τα μικρά γράμματα φ , θ , ω και από πάνω το γωνιακό σύμβολο \wedge . Π.χ. $\hat{\varphi}$, $\hat{\theta}$.

Μονάδα μέτρησης της γωνίας είναι η μοίρα.



Κάθε γωνία που είναι μικρότερη από 90° λέγεται **οξεία γωνία**. Η γωνία \hat{xAy} είναι οξεία γωνία.

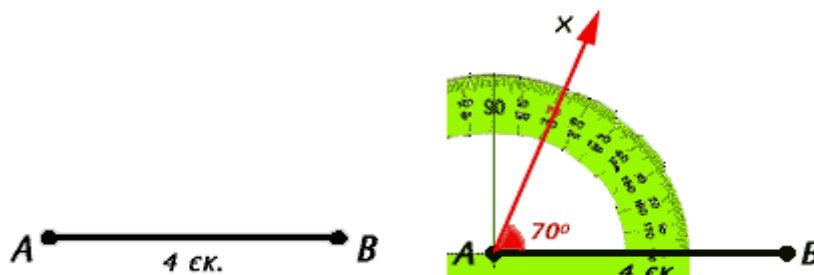
Κάθε γωνία που είναι ίση με 90° λέγεται **ορθή γωνία**. Η γωνία $\hat{\kappa B \lambda}$ είναι ορθή γωνία.

Κάθε γωνία μεγαλύτερη από 90° λέγεται **αμβλεία γωνία**. Η γωνία $\hat{\mu \Gamma \nu}$ είναι αμβλεία γωνία.

Κατασκευή γωνίας

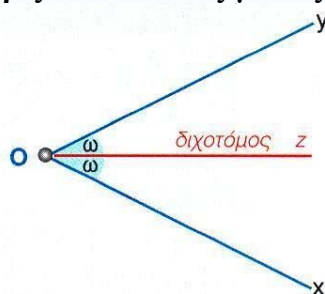
Για να κατασκευάσω μία γωνία πρέπει να ξέρω πόσες μοίρες είναι. Φτιάχνω τη βάση της γωνίας και σημειώνω την κορυφή της γωνίας. Κατόπιν τοποθετώ το μοιρογνομόνιο στην κορυφή και σημειώνω το μέτρο της γωνίας. Μετά ενώνω την κορυφή με το σημείο που μέτρησα ως μέτρο της γωνίας. Έτσι σχηματίζω τη γωνία που θέλω.

π.χ. Θέλω να κατασκευάσω μία γωνία 70° , με βάση το ευθύγραμμο τμήμα AB μήκους 4 εκατ. Πρώτα σχεδιάζω το ευθύγραμμο τμήμα AB. Με κορυφή το A τοποθετώ το μοιρογνομόνιό μου και σηματοδεύω τις 70° . Ενώνω το σημείο A με το σημάδι και σχηματίζω τη γωνία των 70° .



Γωνία – Διχοτόμος γωνίας

Η διχοτόμος ευθεία ή απλά διχοτόμος μιας γωνίας στην ευκλείδεια γεωμετρία είναι μια ημιευθεία που ξεκινά από την κορυφή της γωνίας, βρίσκεται στο εσωτερικό της και την χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

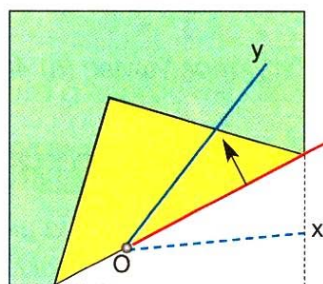


Η γωνία $x\hat{O}y$, έχει την Oz διχοτόμο της.
Η γωνία \hat{O} χωρίζεται σε δύο ίσες γωνίες.

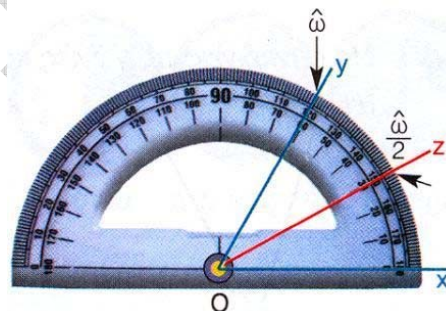
Κατασκευή Διχοτόμου γωνίας

Για να κατασκευάσω τη διχοτόμο ακολουθώ τους παρακάτω τρόπους :

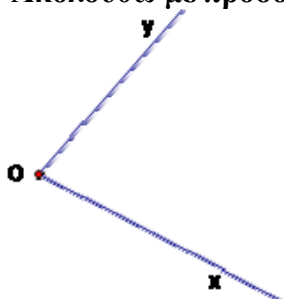
1. Σχεδιάζω τη γωνία σε ένα φύλλο χαρτιού. Κατόπιν διπλώνω το χαρτί έτσι ώστε η ευθεία της τσάκισης να περάσει από την κορυφή της γωνίας και ταυτόχρονα η μία πλευρά της γωνίας να συμπίπτει με την άλλη πλευρά της. Η γραμμή που σχηματίζεται στο δίπλωμα του χαρτιού είναι και η διχοτόμος της γωνίας.



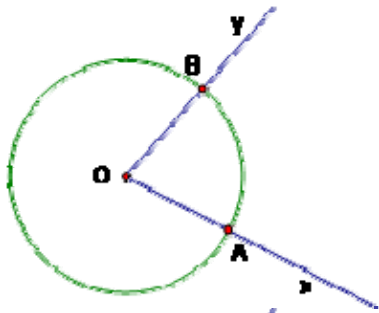
2. Μετρώ τη γωνία $x\hat{O}y$ και βρίσκουμε το μέτρο της. Με το μοιρογνωμόνιο βρίσκω και σημαδεύω το μέσο της γωνίας $x\hat{O}y$. Κατόπιν ενώνω και σχηματίζω τη διχοτόμο της γωνίας.



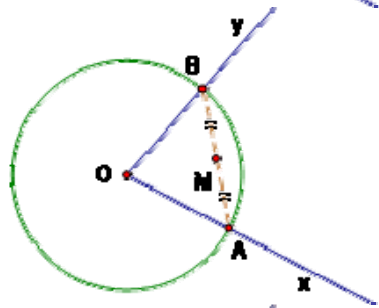
3. Ακολουθώ με προσοχή τα παρακάτω βήματα :



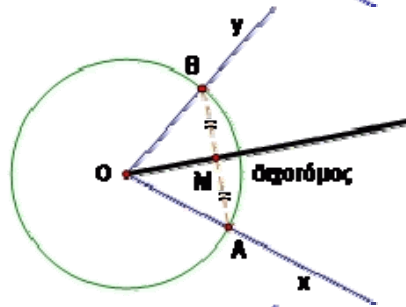
Η $x\hat{O}y$ γωνία την οποία θα διχοτομήσουμε.



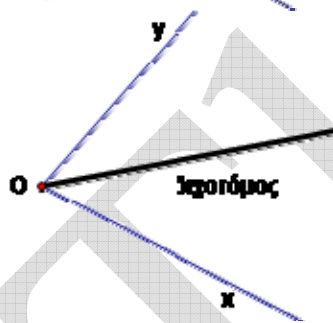
Με κέντρο το σημείο O γράφουμε τυχαίο κύκλο. Έστω A και B τα σημεία τομής του κύκλου με τις πλευρές τις γωνίας.



Σχεδιάζω το ευθύγραμμο τμήμα AB (χορδή του κύκλου) και έστω M το μέσον αυτής.



Σχεδιάζω την ημιευθεία η οποία ξεκινάει από το O και περνάει από το σημείο M . Η ημιευθεία διχοτομεί την γωνία $x\hat{O}y$.

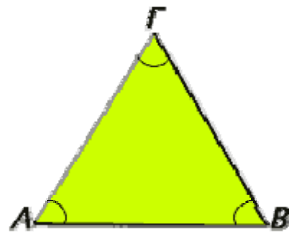


Αφού σβήσω τον κύκλο που σχεδίασα, τα σημεία και τα ευθύγραμμα τμήματα μένει μόνο η διχοτόμος που σχεδίασα.

Τρίγωνο

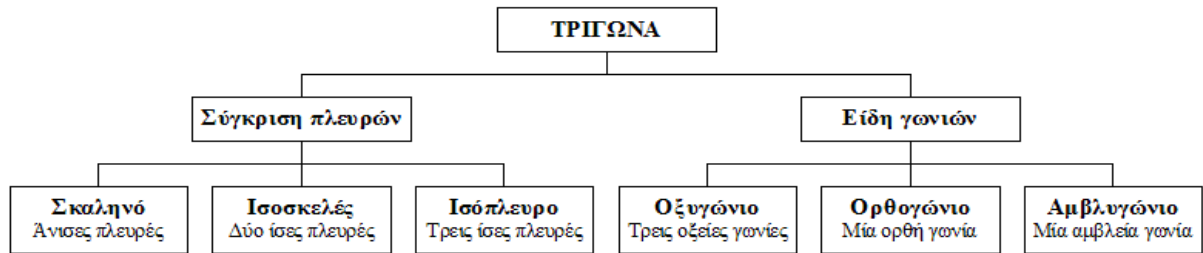
Στοιχεία του τριγώνου

Κάθε τρίγωνο έχει :



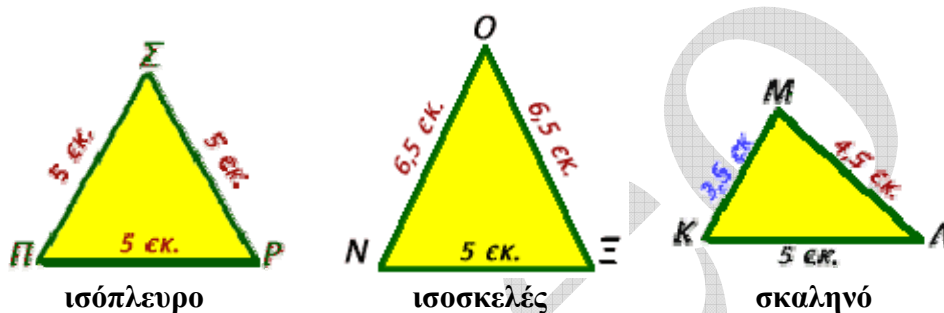
- Τρεις πλευρές : $AB, B\Gamma, \Gamma A$.
- Τρεις γωνίες : $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$.
- Τρεις κορυφές : A, B, Γ .

Ταξινόμηση τριγώνων



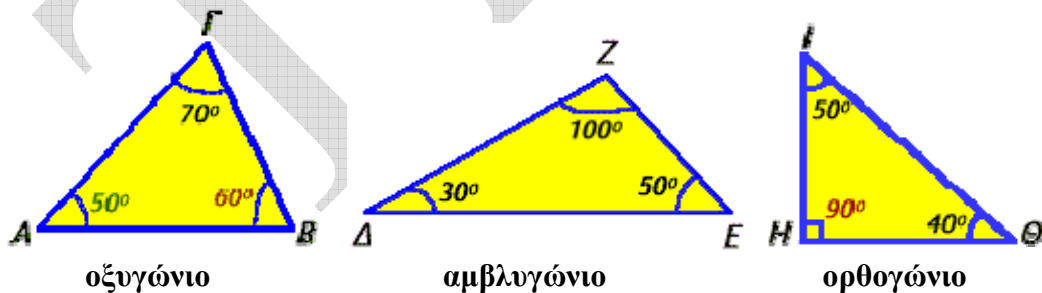
Α). Κατάταξη τριγώνων σύμφωνα με τις πλευρές

- Ισόπλευρο είναι το τρίγωνο που έχει και τις τρεις πλευρές του ίσες. (ΠΡΣ)
- Ισοσκελές είναι το τρίγωνο που έχει δύο μόνο πλευρές του ίσες. (ΝΞΟ)
- Σκαληνό είναι το τρίγωνο που έχει τις τρεις πλευρές του άνισες. (ΚΛΜ)



Β). Κατάταξη τριγώνων σύμφωνα με τις γωνίες τους

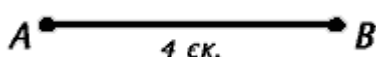
- Οξυγώνιο τρίγωνο είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του οξείες.
- Αμβλυγώνιο τρίγωνο είναι το τρίγωνο που έχει μία του γωνία αμβλεία.
- Ορθογώνιο τρίγωνο είναι το τρίγωνο που έχει μία ορθή γωνία.



Κατασκευή τριγώνου

Για να κατασκευάσω ένα τρίγωνο πρέπει :

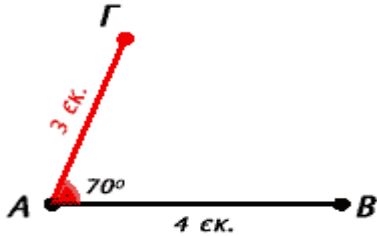
- Να γνωρίζω δύο του πλευρές και την περιεχόμενη σ' αυτές γωνία.
π.χ. Να κατασκευάσεις το τρίγωνο ΑΒΓ, που έχει ΑΒ=4 εκ., ΑΓ=3 εκ. και γωνία $\hat{A}=70^\circ$.



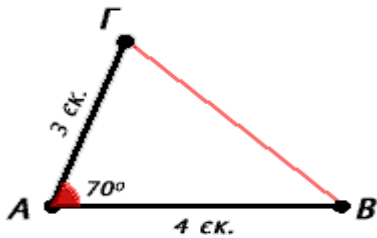
Σχεδιάζω το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ μήκους 4 εκατ.



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή Α και κατασκευάζουμε τη γωνία $\hat{A}=70^\circ$.

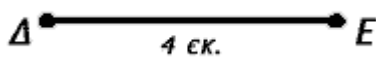


Μετράμε με το χάρακα πάνω στην πλευρά Αχ 3 εκ. και σημειώνουμε την κορυφή Γ.



Ενώνουμε τις κορυφές Β και Γ.

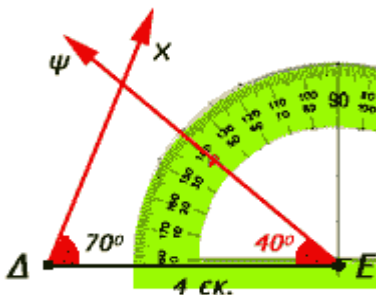
- Να γνωρίζω τη βάση του και τις δύο γωνίες που βρίσκονται σ' αυτή.
π.χ. Να κατασκευάσεις το τρίγωνο ΔΕΖ, που έχει ΔΕ=4 εκ., γωνία $\hat{\Delta}=70^\circ$ και γωνία $\hat{E}=40^\circ$.



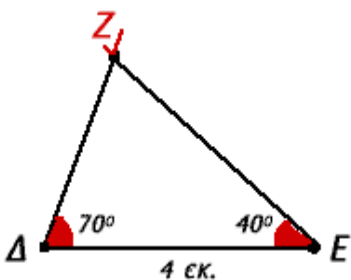
Χαράζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ=4 εκ.



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή Δ και κατασκευάζουμε τη γωνία $\hat{\Delta}=70^\circ$.



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή Ε και κατασκευάζουμε τη γωνία $\hat{E}=40^\circ$.



Στο σημείο που τέμνονται οι πλευρές Δχ και Εψ των γωνιών σημειώνουμε την κορυφή Ζ.

Ύψος – ύψη του τριγώνου :

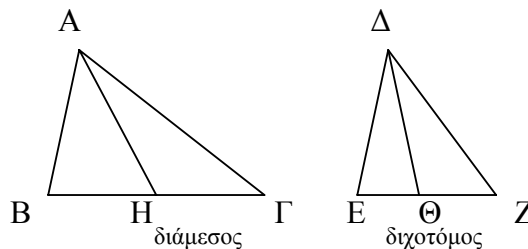


Από την κορυφή Γ φέρνουμε κάθετο στην πλευρά AB . Αυτή τέμνει την AB στο σημείο Δ . Το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου και η πλευρά AB η βάση του. Σε κάθε τρίγωνο μπορούμε να φέρουμε τρία ύψη από τις τρεις κορυφές. Αν χαράξουμε τα τρία ύψη (AE , BZ , $\Gamma\Delta$) του τριγώνου $AB\Gamma$ παρατηρούμε ότι τέμνονται στο σημείο O .

Διχοτόμος – Διάμεσος ενός τριγώνου

Διάμεσος ονομάζουμε το ευθύγραμμο που ενώνει την κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς. Σε κάθε τρίγωνο ορίζονται τρεις διάμεσοι, που διέρχονται από ένα κοινό σημείο το οποίο ονομάζεται κέντρο βάρους του τριγώνου.

Διχοτόμο ονομάζουμε την ευθύγραμμο τμήμα που χωρίζει την γωνία του τριγώνου σε δύο ίσα μέρη. Σε κάθε τρίγωνο ορίζονται τρεις διχοτόμοι, που διέρχονται από ένα κοινό σημείο το οποίο ονομάζεται έγγεντρο του τριγώνου.

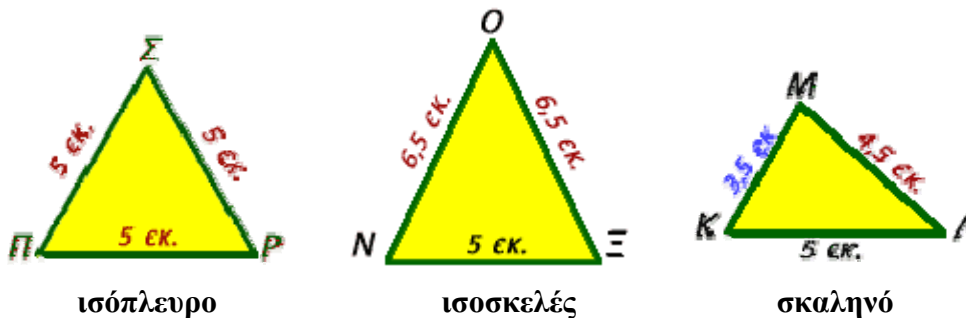


$AH =$ Διάμεσος,

$\Delta\Theta =$ Διχοτόμος της γωνίας Δ

Περίμετρος του τριγώνου

Το άθροισμα των μηκών των πλευρών ενός τριγώνου λέγεται περίμετρος.



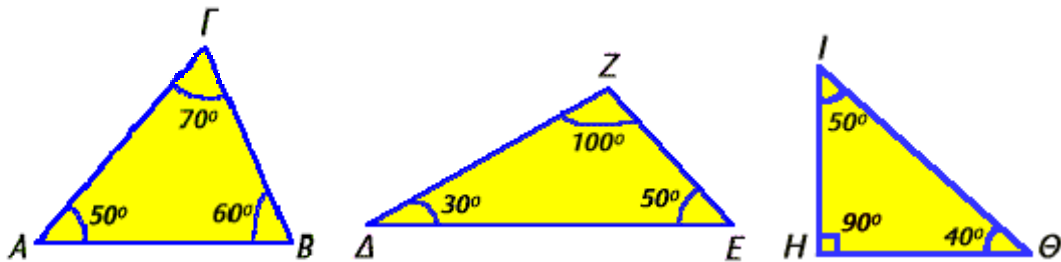
Τρίγωνο $\Pi\rho\Sigma$: $\Pi\rho + \rho\Sigma + \Sigma\Pi = 5 + 5 + 5 = 15$ εκατ.

Τρίγωνο $\Nu\Xi\omicron$: $\Nu\Xi + \Xi\omicron + \omicron\Nu = 5 + 6,5 + 6,5 = 18$ εκατ.

Τρίγωνο ΚΛΜ : $\text{ΚΛ} + \text{ΛΜ} + \text{ΜΚ} = 5 + 4,5 + 3,5 = 13$ εκατ.

Άθροισμα γωνιών τριγώνου

Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° .



οξυγώνιο

αμβλυγώνιο

ορθογώνιο

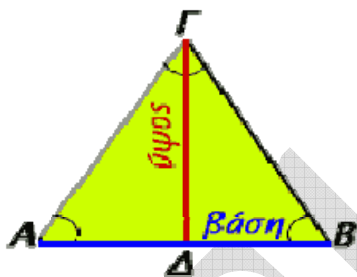
$$\text{τρίγωνο } \text{ΑΒΓ} : \hat{\text{Α}} + \hat{\text{Β}} + \hat{\text{Γ}} = 50^\circ + 60^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\text{τρίγωνο } \text{ΔΕΖ} : \hat{\text{Δ}} + \hat{\text{Ε}} + \hat{\text{Ζ}} = 30^\circ + 50^\circ + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\text{τρίγωνο } \text{ΗΘΙ} : \hat{\text{Η}} + \hat{\text{Θ}} + \hat{\text{Ι}} = 90^\circ + 40^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

Εμβαδό τριγώνου

Για να βρω το Εμβαδό ενός τριγώνου πρέπει να ξέρω τη βάση του και το ύψος του. Αν τα γνωρίζω αυτά, τότε αντικαθιστώ στον τύπο :

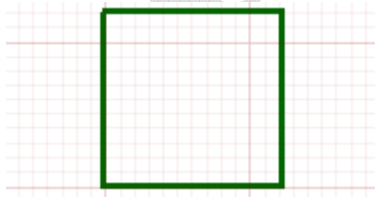


$$E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} \quad (\beta = \text{βάση}, \upsilon = \text{ύψος}), \quad E = \frac{\text{ΑΒ} \cdot \Gamma\Delta}{2}$$

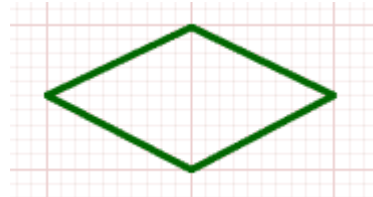
Τετράπλευρα

Τα τετράπλευρα τα χωρίζουμε σε τρεις κατηγορίες :

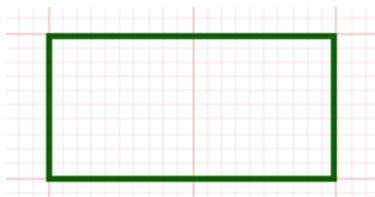
- Παραλληλόγραμμα :



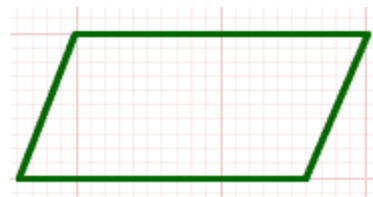
τετράγωνο



ρόμβος



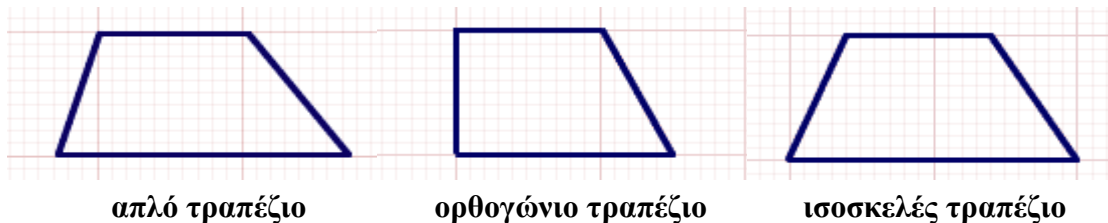
ορθογώνιο παραλληλόγραμμο



πλάγιο παραλληλόγραμμο

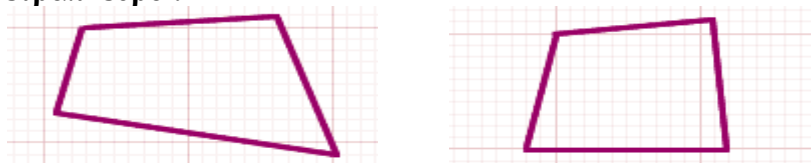
Έχουν όλες τις απέναντι πλευρές τους παράλληλες.

- Τραπεζίια :



Έχουν τις δύο μόνο απέναντι πλευρές τους παράλληλες.

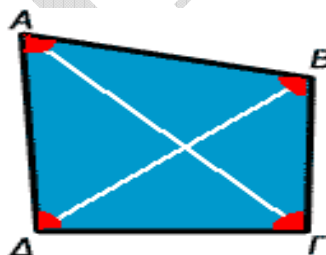
- Απλό τετράπλευρο :



Τα απλά τετράπλευρα δεν είναι ούτε παραλληλόγραμμα ούτε τραπέζια

Βασικά στοιχεία παραλληλογράμων

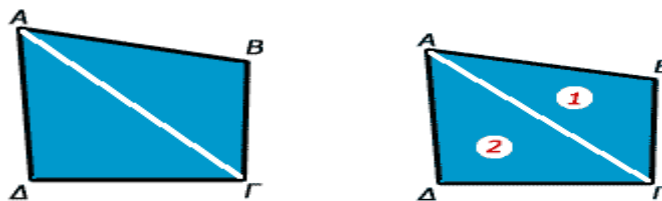
- Έχουν τέσσερις κορυφές. A, B, Γ, Δ .
- Έχουν τέσσερις πλευρές. $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$.
- Έχουν τέσσερις γωνίες. $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Gamma}, \hat{\Delta}$.
- Έχουν δύο διαγώνιες. $A\Gamma, B\Delta$.



Βασικές ιδιότητες παραλληλογράμων

- Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
- Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.
- Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμα έχει όλες τις γωνίες του ορθές.
- Μία διαγώνιος χωρίζει το παραλληλόγραμμα σε δύο ίσα τρίγωνα.
- Το τετράγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες και οι γωνίες του είναι ορθές.
- Ο ρόμβος έχει όλες του τις πλευρές ίσες και τις απέναντι γωνίες του ίσες.

Άθροισμα γωνιών παραλληλογράμων



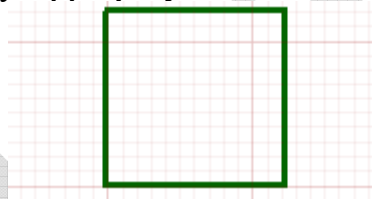
Χαράζω τη διαγώνιο ΑΓ και το τετράπλευρο ΑΒΓΔ χωρίζεται σε δύο τρίγωνα, ΑΒΓ και ΑΔΓ, άρα $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

Διαγώνιος είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις απέναντι γωνίες του τετράπλευρου και δεν είναι πλευρά.

Τετράγωνο

Τετράγωνο είναι το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος. Σε κάθε τετράγωνο ισχύει :

- Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες.
- Όλες οι πλευρές είναι ίσες.
- Όλες οι γωνίες του είναι ορθές.
- Οι διαγώνιοι είναι ίσες, κάθετες, διχοτομούνται, διχοτομούν τις γωνίες του και είναι άξονες συμμετρίας του.



Κατασκευή τετραγώνου



Σχεδιάζω ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 4$ εκατ..



Με τη βοήθεια του τριγώνου και από το σημείο Β φέρνω κάθετη και σχεδιάζω την $BΓ = 4$ εκατ. η οποία είναι ίση με την $AB = 4$ εκατ..



Με τη βοήθεια του τριγώνου και από το σημείο Γ φέρνω κάθετη και σχεδιάζω την $ΓΔ = 4$ εκατ. η οποία είναι ίση με την $AB = BΓ = 4$ εκατ..

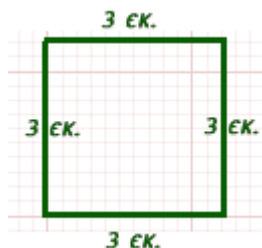


Με τη βοήθεια του τριγώνου και από το σημείο Δ φέρνω κάθετη και σχεδιάζω την $ΔΑ = 4$ εκατ. η οποία είναι ίση με την $AB = BΓ = ΓΔ = 4$ εκατ..

Περίμετρος τετραγώνου

Για να υπολογίσω την περίμετρο ενός τετραγώνου :

- Προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του.
- Πολλαπλασιάζω την πλευρά του με το 4.



- Περίμετρος τετραγώνου = $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ εκατ. ή
- Περίμετρος τετραγώνου = $4 \cdot 3 = 12$ εκατ.

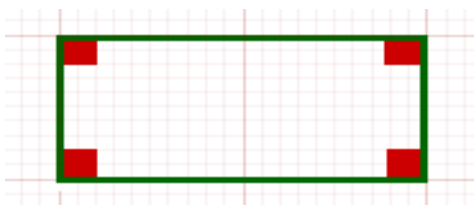
Εμβαδό τετραγώνου

Για να υπολογίσω το εμβαδό του τετραγώνου, πολλαπλασιάζω την βάση με το ύψος του. Επειδή όμως στο τετράγωνο οι τέσσερις πλευρές του είναι ίσες, πολλαπλασιάζω την πλευρά του επί την πλευρά του.



Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

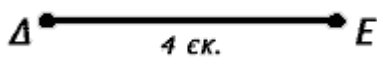
Το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει όλες του τις γωνίες του ορθές και τις απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.



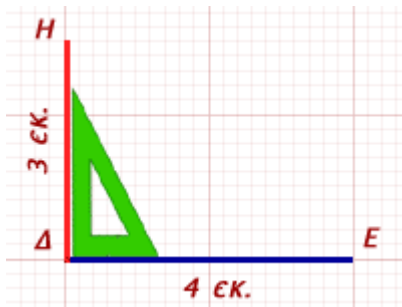
Κατασκευή ορθογωνίου παραλληλογράμμου

Για να κατασκευάσω ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ακολουθώ την παρακάτω σειρά :

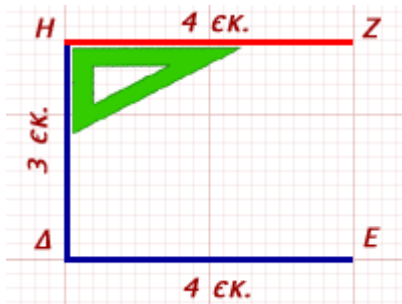
- π.χ. Να κατασκευάσεις το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΔΕΖΗ, που έχει πλευρές ΔΕ=4 εκ., ΔΗ=3 εκατ. .



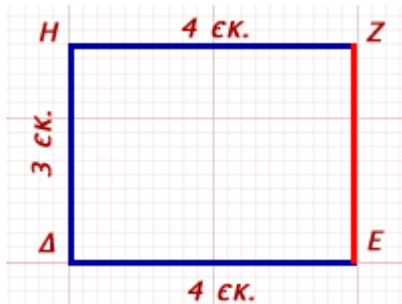
Χαράζουμε το ευθύγραμμο τμήμα $\Delta E=4$ εκ.



Τοποθετούμε το τρίγωνό μας στην κορυφή Δ και φέρνουμε την κάθετο $\Delta H=3$ εκ.



Τοποθετούμε το τρίγωνό μας στην κορυφή H και φέρνουμε την κάθετο $HZ=4$ εκ.



Ενώνουμε τις κορυφές E και Z .

Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου

Για να βρω την περίμετρο ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του **ή** προσθέτω το διπλάσιο των δύο πλευρών του **ή** πολλαπλασιάζω το άθροισμα μήκος και πλάτος επί 2.



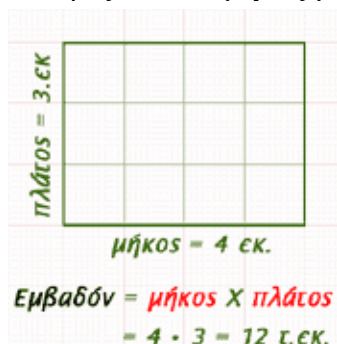
Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου = $5 + 3 + 5 + 3 = 16$ εκατ. **ή**

Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου = $2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 10 + 6 = 16$ εκατ. **ή**

Περίμετρος ορθογωνίου παραλληλογράμμου = $(5 + 3) \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$ εκατ.

Εμβαδό ορθογωνίου παραλληλογράμμου

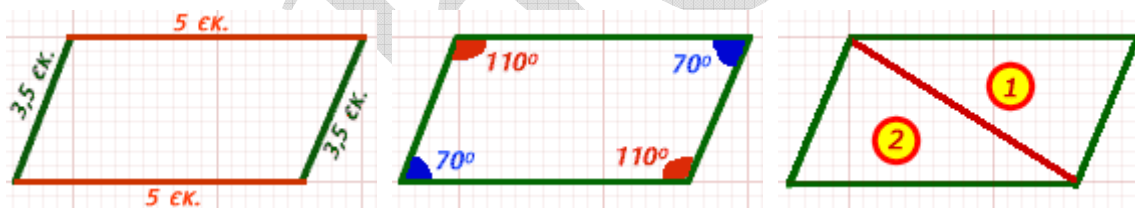
Για να βρω το εμβαδό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου πολλαπλασιάζω τη βάση με το ύψος του, το μήκος με το πλάτος.



Πλάγιο Παραλληλόγραμμο

Ένα παραλληλόγραμμο έχει :

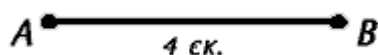
- Τις απέναντι πλευρές του ίσες.
- Τις απέναντι γωνίες του ίσες.
- Μία διαγώνιος χωρίζει το παραλληλόγραμμο σε δύο ίσα τρίγωνα.



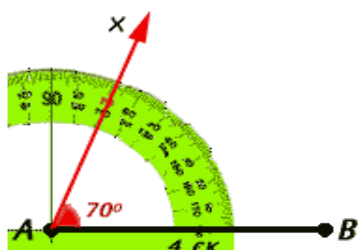
Κατασκευή πλάγιου παραλληλογράμμου

Για να κατασκευάσω ένα παραλληλόγραμμο πρέπει να ξέρω τις δύο πλευρές του και την περιεχόμενη σ' αυτές γωνία.

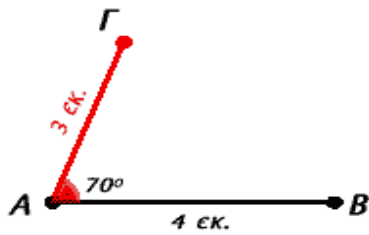
π.χ. Να κατασκευάσεις το πλάγιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, που έχει πλευρές ΑΒ=4 εκ., ΑΔ=3 εκ. και γωνία $\hat{A}=70^\circ$.



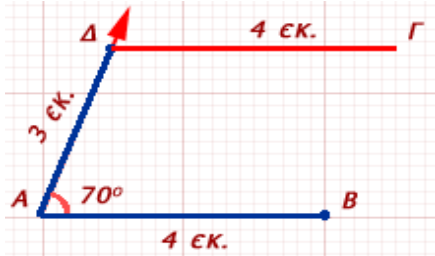
Χαράζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ=4 εκ.



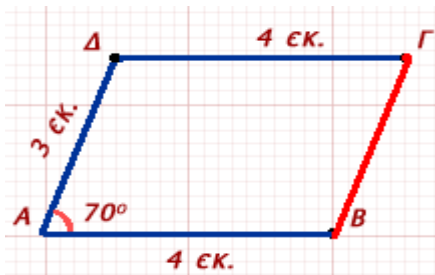
Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο στην κορυφή Α κατασκευάζουμε τη γωνία $\hat{A}=70^\circ$.



Μετράμε με το χάρακα πάνω στην πλευρά Αχ 3 εκ. και σημειώνουμε την κορυφή Δ.



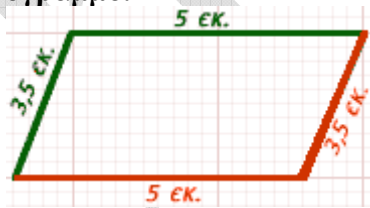
Από την κορυφή Δ φέρνουμε παράλληλο ευθύγραμμο τμήμα ΔΓ=4 εκ.



Ενώνουμε τις κορυφές Β και Γ.

Περίμετρος πλάγιου παραλληλογράμμου

Για να βρω την περίμετρο ενός παραλληλογράμμου, κάνω ότι έκανα και με το ορθογώνιο παραλληλόγραμμα.



$$\text{Περίμετρος παραλληλογράμμου} = 5 + 3,5 + 5 + 3,5 = 17 \text{ εκατ.} \quad \text{ή}$$

$$\text{Περίμετρος παραλληλογράμμου} = 5 \cdot 2 + 3,5 \cdot 2 = 10 + 7 = 17 \text{ εκατ.} \quad \text{ή}$$

$$\text{Περίμετρος παραλληλογράμμου} = (5 + 3,5) \cdot 2 = 8,5 \cdot 2 = 17 \text{ εκατ.}$$

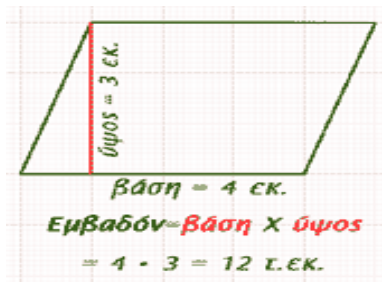
Εμβαδό πλάγιου παραλληλογράμμου

Για να βρω το εμβαδό παραλληλογράμμου πολλαπλασιάζω τη βάση επί το ύψος του.



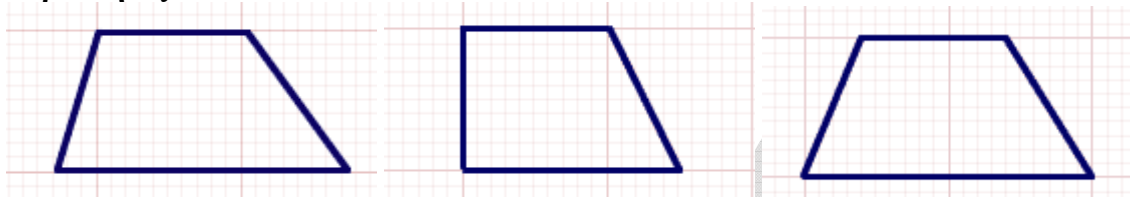
$$E = \beta \cdot \upsilon$$

$$E = \Delta\Gamma \cdot \text{AE}$$



Τραπεζίο

Τα τραπεζίια είναι τα τετράπλευρα που έχουν δύο πλευρές τους παράλληλες.

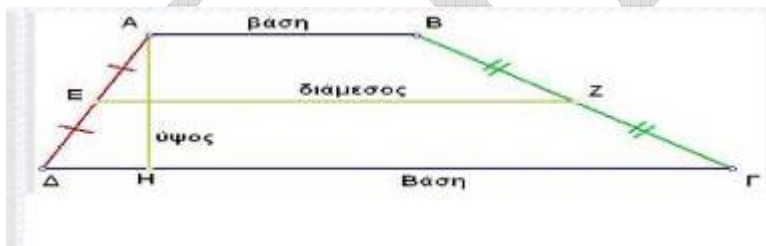


Περίμετρος τραπεζίου

Για να βρω την περίμετρο ενός τραπεζίου προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του.
 π.χ. $\text{περίμετρος} = AB + BG + ΓΔ + ΔΑ$

Εμβαδό τραπεζίου

Για να βρω το εμβαδό ενός τραπεζίου, προσθέτω τις δύο βάσεις του και τις πολλαπλασιάζω με το ύψος του. Μετά διαιρώ το γινόμενο με το 2.



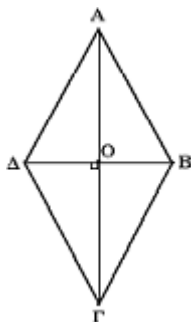
$$E = \frac{(\beta + B) \cdot \nu}{2}$$

$$E = \frac{(AB + \Delta\Gamma) \cdot AH}{2}$$

Ρόμβος

Ένας ρόμβος έχει :

- Όλες τις πλευρές του ίσες.
- Είναι παραλληλόγραμμο με τις διαγώνιούς του κάθετες.

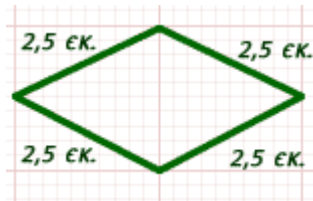


$$AB = B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta A$$

$ΑΓ$ είναι κάθετη στην $ΒΔ$

Περίμετρος ρόμβου

Για να βρω την περίμετρο ενός ρόμβου, προσθέτω τις τέσσερις πλευρές του ή πολλαπλασιάζω την πλευρά του επί 4.



$$\text{Περίμετρος ρόμβου} = 2,5 + 2,5 + 2,5 + 2,5 = 10 \text{ εκατ.}$$

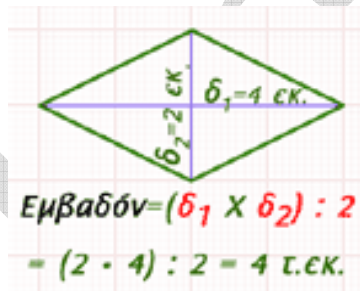
$$\text{Περίμετρος ρόμβου} = 2,5 \cdot 4 = 10 \text{ εκατ.}$$

Εμβαδό ρόμβου

Για να βρω το εμβαδό ενός ρόμβου, πολλαπλασιάζω τις δύο διαγωνίους του και διαιρώ με το 2.

$$E = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$$

π.χ.

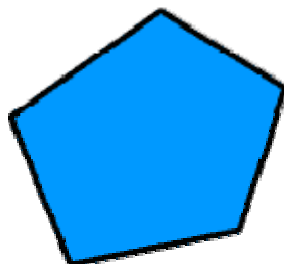


Πολύγωνα

Τι είναι πολύγωνο;

Πολύγωνο είναι το γεωμετρικό σχήμα που έχει πολλές πλευρές και γωνίες.

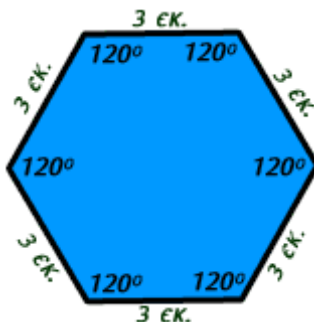
Τα πολύγωνα ονομάζονται ανάλογα με τον αριθμό των γωνιών και των πλευρών που έχουν



Το σχήμα που βλέπεται δίπλα είναι ένα πεντάγωνο, γιατί έχει πέντε γωνίες και πλευρές.

Κανονικά πολύγωνα

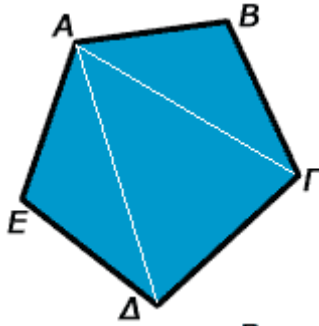
Κανονικά πολύγωνα λέγονται αυτά που έχουν όλες τις γωνίες και τις πλευρές τους ίσες μεταξύ τους.



Το σχήμα αυτό είναι ένα κανονικό εξάγωνο, γιατί κάθε γωνία του είναι 120° και κάθε πλευρά του 3 εκ.

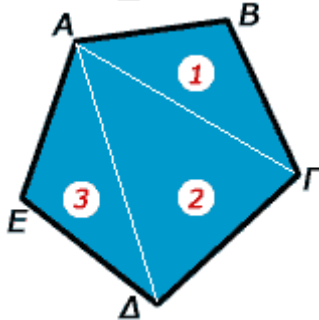
Άθροισμα γωνιών πολυγώνου

Χαράζουμε τις διαγώνιες από μια κορυφή προς τις άλλες κορυφές του πολυγώνου



Παρατηρούμε ότι σχηματίζονται τρίγωνα.

Στο παράδειγμά μας δημιουργούνται τρία τρίγωνα.



Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° .

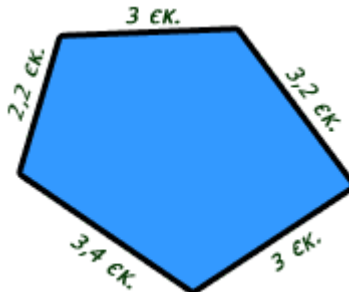
Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό των τριγώνων επί 180° .

άρα: το άθροισμα των γωνιών του πενταγώνου ΑΒΓΔΕ είναι...

$$180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

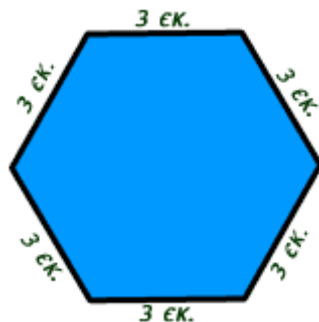
Περίμετρος Πολυγώνων

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο ενός πολυγώνου, προσθέτουμε όλες τις πλευρές του.



άρα, Περίμετρος=
 $2,2+3+3,2+3+3,4= 14,8$ εκ.

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο ενός κανονικού πολυγώνου, πολλαπλασιάζουμε το μήκος μιας πλευράς επί τον αριθμό των πλευρών του.



άρα, Περίμετρος= $6 \times 3 = 18$ εκ.

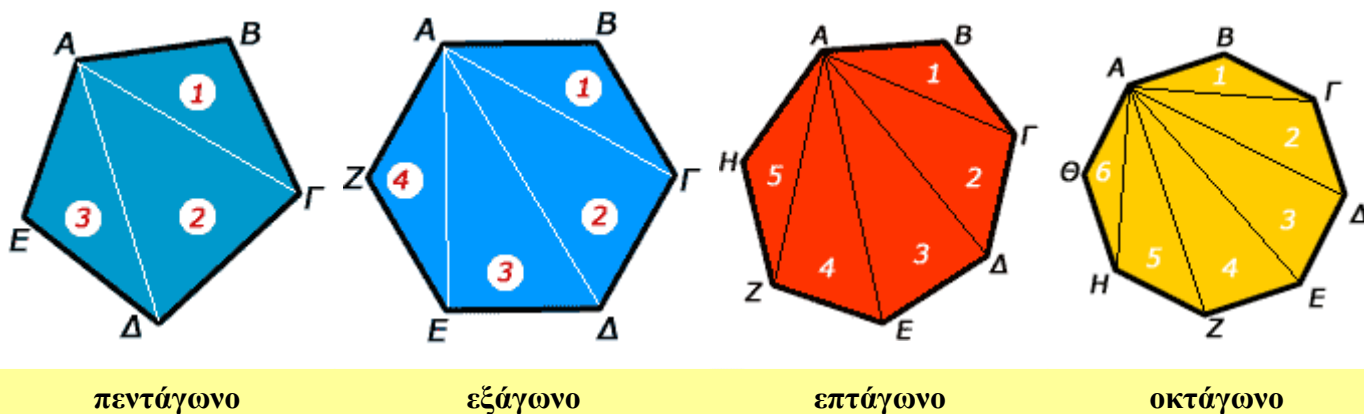
Άλλα πολύγωνα

Χαρακτηριστικά πολυγώνων

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά των πιο κοινών πολυγώνων.

Πολύγωνο	πλευρές	γωνίες	διαγώνιοι*	τρίγωνα	άθροισμα γωνιών
τρίγωνο	3	3	0	1	$1 \times 180^\circ = 180^\circ$
τετράπλευρο	4	4	1	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
πεντάγωνο	5	5	2	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
εξάγωνο	6	6	3	4	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$
επτάγωνο	7	7	4	5	$5 \times 180^\circ = 900^\circ$
οκτάγωνο	8	8	5	6	$6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

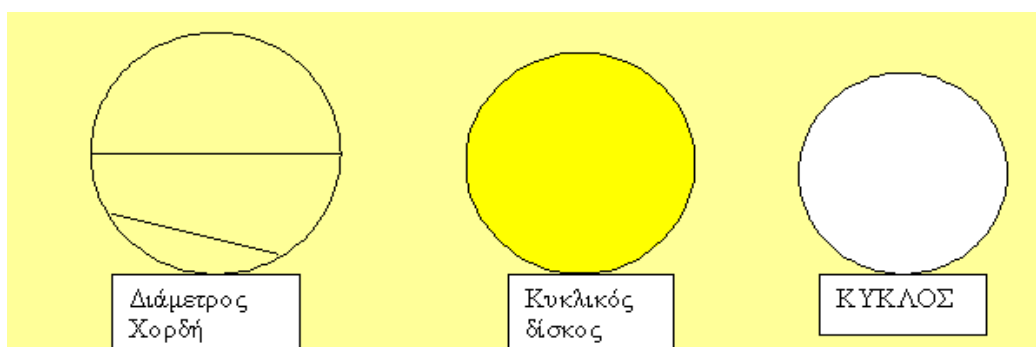
* διαγώνιες από μία κορυφή

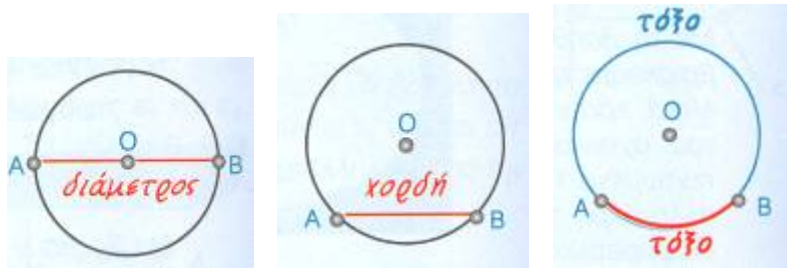


Πηγές : <http://11dim-evosm.thess.sch.gr/>

Κύκλος

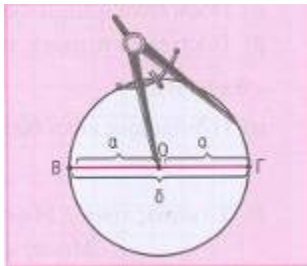
Κύκλο ονομάζουμε το σχήμα που όλα του τα σημεία ισαπέχουν από ένα σταθερό σημείο. Το σταθερό σημείο ονομάζεται **κέντρο του κύκλου** και η σταθερή απόσταση **ακτίνα**. **Ακτίνα** του κύκλου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το κέντρο του κύκλου με ένα σημείο της περιφέρειάς του. **Κυκλικός δίσκος** είναι όλα τα σημεία της επιφάνειας του κύκλου. **Τόξο** ονομάζουμε το τμήμα του κύκλου που ορίζεται από δύο σημεία του. **Χορδή** ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία του κύκλου. **Διάμετρο** ονομάζουμε την χορδή του κύκλου που περνά από το κέντρο του.





Κατασκευή κύκλου

Για να σχεδιάσουμε έναν κύκλο κέντρου (O) και ακτίνας (α), χρησιμοποιούμε τον διαβήτη. Τοποθετούμε τη μύτη του διαβήτη στο κέντρο (O), κανονίζουμε το άνοιγμά του να είναι όσο η ακτίνα (α) και γράφουμε τον κύκλο.



ακτίνα του κύκλου : OB, OΓ

διάμετρος του κύκλου : BΓ

Μήκος κύκλου

Για να υπολογίσουμε το μήκος του κύκλου πολλαπλασιάζουμε τη διάμετρο (δ) με τον αριθμό 3,14 (π).

$$\text{Μήκος κύκλου} = \pi \cdot \delta \quad \text{ή}$$

$$\text{Μήκος κύκλου} = \pi \cdot (2 \cdot \alpha)$$

Εμβαδό κυκλικού δίσκου

Το εμβαδό του κυκλικού δίσκου είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού π επί το τετράγωνο της ακτίνας του.

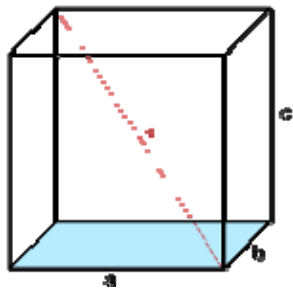
$$E_{(\text{κυκλικού δίσκου})} = \pi \cdot \alpha^2 \quad \text{ή}$$

$$E_{(\text{κυκλικού δίσκου})} = \pi \cdot \alpha \cdot \alpha$$

όπου π = 3,14 και α η ακτίνα του κυκλικού δίσκου

Στερεά

Τα γεωμετρικά στερεά που μαθαίνουμε στο Δημοτικό σχολείο είναι ο κύβος, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, ο κύλινδρος και η σφαίρα.



Ο παραπάνω κύβος:
Έχει 3 διαστάσεις
(μήκος, πλάτος, ύψος)
Έχει 6 έδρες, ίσες μεταξύ τους
Έχει 12 ακμές, ίσες μεταξύ τους
Έχει 8 κορυφές



Το παραπάνω ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο:
Έχει 3 διαστάσεις:
(μήκος, πλάτος, ύψος)
Έχει 6 έδρες, οι απέναντι ίσες
Έχει 12 ακμές, οι απέναντι ίσες
Έχει 8 κορυφές

Εμβαδό στερεών σωμάτων

Αν "ξεδιπλώσουμε" τα στερεά εμφανίζονται τα παρακάτω σχήματα :

<p>$E_{(κύβου)} = 6 \cdot a^2$ (όπου a η πλευρά του τετραγώνου) (ο κύβος αποτελείται από 6 ίσα τετράγωνα) $E_{(τετραγώνου)} = a^2$</p>	<p>$E_{(ορθ. παρ/δου)} = E_1 + E_2 + E_3$ $E_1 = \text{Εμβαδό 2 βάσεων}$ $E_2 = \text{Εμβαδό 2 πλαγίων}$ $E_3 = \text{Εμβαδό 2 β}$ (το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει τις απέναντι βάσεις του ίσες) $E = \text{βάση} \cdot \text{ύψος}$</p>	<p>$E_{(κυλίνδρου)} = E_{(βάσεων)} + E_{(παρ. επιφάνειας)}$ $E_{(βάσεων)} = \pi \cdot a^2$ $E_{(παρ. επιφάνειας)} = \beta \cdot \upsilon$ (όπου $\beta = \pi \cdot \delta$) ($a = \text{ακτίνα του κύκλου,}$ $\delta = \text{διάμετρος, } \delta = 2 \cdot a$)</p>

Όγκος στερεών

<p>ΚΥΒΟΣ</p> <p>6 έδρες, 12 ακμές, 8 κορυφές Όγκος κύβου (με ακμή a) = a^3 (Η χωρητικότητα του κ. δεκ. είναι 1 λίτρο.)</p>	<p>ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΠΙΠΕΔΟ</p> <p>6 έδρες, 12 ακμές, 8 κορυφές Όγκος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου (με διαστάσεις μήκος a, πλάτος β, ύψος γ) = $a \cdot \beta \cdot \gamma$</p>	<p>ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ</p> <p>Όγκος κυλίνδρου (με ύψος υ και ακτίνα βάσης a) = $\pi \cdot a^2 \cdot \upsilon$</p>
--	---	--